
COLUMBIA UNIVERSITY
DEPARTMENT OF PHYSIOLOGY
THE JOHN G. CURTIS LIBRARY

DIE PULSCURVE

VON

Dr. A. ISEBREE MOENS,

Assistenten am physiol. Institut der Universität Leiden.

LEIDEN, E. J. BRILL,
1878.

INHALT.

III

EINLEITUNG.

4-9-4-

Wenn das Ende M einer elastischen Röhre MN mittelst eines Krahnes mit einem Druckgefäss, in dem sich Flüssigkeit zur Niveauhöhe H befindet, verbunden ist, und das andere Ende N entweder frei ausmündet oder in ein zweites Druckgefäss (Reservoir) mit der Niveauhöhe h, sodass H > h, so strömt die Flüssigkeit von M nach N, so lange der Krahn bei M geöffnet bleibt. Von dieser continuirlichen Strombewegung hat man im Ganzen die Gesetze der Geschwindigkeit, des seitlichen Drucks u. s. w. erforscht. Aber wie diese Strombewegung bei intermittirendem Schliessen und Oeffnen des Krahnes sich ändert, und welche die Gesetze sind, die die dabei auftretende Wellenbewegung beherrschen, ist trotz zahlreicher Untersuchungen noch nicht festgestellt. Weder Dauer, Grösse und Gestalt der Welle, noch ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit sind genügend bekannt und beleuchtet.

Beim Studium dieser intermittirenden Strombewegung ist man allgemein sogleich zur Untersuchung der Erscheinung in elastischen Röhren selbst geschritten. Ich habe diesen Weg nicht eingeschlagen. Die Erscheinungen in derartigen Röhren sind so complicirt, es sind dabei soviele Factoren thätig, dass es fast unmöglich ist, den Einfluss eines jeden dieser Factoren experimentell zu bestimmen. Und solange dies der Fall ist, kann natürlich von einer wirklichen Erklärung der Erscheinungen nicht die Rede sein. Es leuchtete Hrn. Prof. Heynsius ein, dass man zuerst jene Bewegungserscheinungen zu begreifen suchen müsse, die entstehen, wenn die Flüssigkeit unter den einfachsten Verhältnissen durch das Oeffnen und Schliessen des Krahnes an der Einflussöffnung intermittirend in Bewegung gebracht wird. Aus diesem Grunde habe ich mich auf seinen Rath zuerst beschäftigt mit der Untersuchung der intermittirenden Bewegung einer Flüssigkeit in einer starren (Metall-) Röhre, in welcher an einer Stelle, bei der Einflussöffnung, ein elastischer Factor eingeschaltet ist.

Erst am Ende meines Beitrags wird der Leser beurtheilen können, von wie hohem Interesse die Kenntniss dieser intermittirenden Strombewegung unter den einfachsten Umständen für die Erklärung der Pulscurve ist. Jedoch nicht nur für diesen Rath habe ich Hrn. Prof. Heynsius meinen Dank auszusprechen, sondern überhaupt für die thätige Hülfe und Unterstützung seinerseits, deren ich mich bei der ganzen Untersuchung zu erfreuen hatte.

ERSTES KAPITEL.

ÜBER DIE BEWEGUNG EINER FLÜSSIGKEIT IN STARREN (METALL-) RÖHREN BEIM PLÖTZLICHEN OEFFNEN UND SCHLIESSEN DES KRAHNES AN DER EINFLUSSÖFFNUNG, WENN IM VERLAUF DER RÖHRE EIN ELASTISCHER FACTOR EINGESCHALTET IST.

Wenn eine Metallröhre MN an der einen Seite mittels eines Krahnes M mit einem Druckgefäss von Niveauhöhe H verbunden ist, und das andere Ende N in ein Reservoir zur Niveauhöhe $h < H$ ausmündet, so strömt die Flüssigkeit,

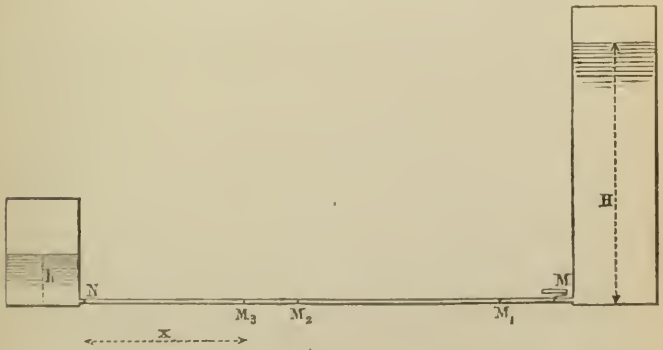

Fig. 1.

solange der Krahn M geöffnet bleibt, mit einer gewissen Geschwindigkeit v in der Röhre von M nach N. Nennen wir m die Masse der Flüssigkeitssäule MN, so besitzt diese in jedem Zeitpunkt der Bewegung eine lebendige Kraft $m\, v^2$.

Was wird aber geschehen, wenn der Krahn M plötzlich geschlossen wird? Man bemerkt dann an der Einflussöffnung einen Stoss, der um so stärker ist, je nachdem die Metallröhre weiter und länger und der Niveauhöhenunterschied H—h (also auch die Geschwindigkeit) grösser war. Dieser Stoss ist eine Folge der lebendigen Kraft der strömenden Flüssigkeit in der Röhre. Beim Schliessen des Krahns nämlich hört das Einströmen der Flüssigkeit bei M auf, und da die Flüssigkeit in der Röhre selbst noch in Bewegung ist, so muss in Folge dessen, wenn M geschlossen ist, hinter M ein luftleerer Raum entstehen. Dieser Raum saugt so zu sagen die sich noch fortbewegende Wassersäule in der Röhre zurück. Dadurch nimmt die Geschwindigkeit ab, und wird 0, sogleich darauf wird aber die Flüssigkeit und zwar mit wachsender Geschwindigkeit nach M zurückkehren. Wenn sie das geschlossene Ende M wieder erreicht hat, so geht die nun gewonnene lebendige Kraft der Wassersäule in der Gestalt eines Stosses zu Grunde [1]).

Nun hält es nicht schwer, die Verhältnisse des luftleeren Raumes zu berechnen, der nach der Schliessung der Krahnes M sogleich hinter diesem Krahn entstehen muss, wenn man die Dimensionen der Röhre und die Stromgeschwindigkeit unmittelbar vor dem Schliessungsmoment kennt. Hiermit will ich jedoch den Leser nicht behelligen, da es für unsern Zweck von keinem Interesse ist, sondern will nur bemerken, dass bei diesem Versuch verschiedene Ursachen die Grösse des gebildeten luftleeren Raumes ändern und seine Saugkraft verringern. Zu diesen Ursachen gehört erstens die zum Schlies-

---

[1]) Dieser Stoss entspricht demjenigen, den man in einem Quecksilberbarometer beobachtet, wenn die Röhre ziemlich schnell schräg gebracht wird, und das Quecksilber dadurch das geschlossene Ende der Röhre erreicht.

sen des Krahnes M benöthigte Zeit, ferner die Entwicklung etwaiger im Wasser aufgelöster Gase, u. s. w.

Wie gross jener luftleere Raum nun auch sei, jedenfalls vermindert gleich nach dem Schliessen des Krahnes M der seitliche Druck an allen Punkten der Metallröhre. Ich constatirte nun, dass, nach dem Schliessen des Krahnes M, die Adspiration in der Röhre gleich hinter dem Krahn am grössten ist und von dort aus in Intensität bis zur Ausflussöffnung N abnimmt. Und zweitens, dass der seitliche Druck nicht gleichzeitig über die ganze Röhre nachlässt, sondern bei der Einflussöffnung M früher als bei der Ausflussöffnung N.

Da es mir schon von vornherein wahrscheinlich vorkam, dass die Geschwindigkeit, womit die Senkung des Seitendrucks in der Metallröhre beim Schliessen des Krahns M sich fortpflanzt, bedeutend sein würde, so benutzte ich eine Metallröhre (Bleiröhre) von beträchtlicher Länge, näml. 23,82 Meter. Ihr innerer Durchmesser betrug 1,9 Cm. Die Niveauhöhe H war 80 Cm., h betrug 40 Cm. Hart am Anfang bei M und am Ende bei N (22 Meter van einander) wurden verticale, gläserne, mit dem Lumen der Röhre zusammenhangende Röhrchen von 0,5 Cm. Durchmesser angebracht, die oben mit einer elastischen Membran geschlossen waren. Ich sorgte dass diese Röhrchen ganz mit Wasser gefüllt waren. Auf jede dieser Membrane wurde eine Lufttrommel gesetzt, ein Cardiograph wurde auf die gewöhnliche Weise damit verbunden und dessen Bewegung auf einen mit Kienruss belegten Cylinder notirt, während die Zeit durch eine Stimmgabel van 512 einzelnen Schwingungen per Sec. angegeben wurde.

Beim plötzlichen Schliessen des Krahnes M fiel der Cardiograph bei der Einflussöffnung zuerst, der bei der Ausflussöffnung später. Der beobachtete Zeitunterschied ergab für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Druckabnahme in der

Metallröhre MN bei meinen ersten Versuchen 700 M. p. sec., aber diese Ziffer ist zu niedrig. Die Formverwandlung der elastischen Membrane, wodurch die Druckabnahme constatirt wird, übt auf die sich ergebende Ziffer einen verkleinerenden Einfluss aus. Als ich später den Versuch wiederholte mit engeren Röhrchen und kleinern elastischen Platten, deren Formverwandlung beim Schliessen des Krahns geringer war, fand ich denn auch eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 1000 Meter per Sec. Wenn es möglich wäre, die Druckabnahme ohne Vermittlung eines (die Gestalt wechselnden) elastischen Factors zu beobachten, so würde es sich, glaube ich, herausstellen, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in einer Metallröhre der des Schalles in einer Flüssigkeitssäule entspräche. Für diese Geschwindigkeit fand WERTHEIM 1173 Meter per Sec.

Für meinen Zweck ist nun die Grösse jener Geschwindigkeit weiter gleichgültig. Ich wollte nur darthun, dass die Abnahme des seitlichen Drucks beim Schliessen des Krahnes auch in einer Metallröhre in zu messender Zeit von der Einflussöffnung M nach der Ausflussöffnung N fortschreitet und dies ist aus Obengesagtem genügend erwiesen.

Wenn nun irgendwo im Verlauf einer solchen Metallröhre ein elastischer Factor eingeschaltet wird, so treten beim Schliessen wie beim Oeffnen des Krahns M Schwingungen der Flüssigkeitssäule auf, die ich Schliessungs- und Oeffnungsschwingungen nennen will.

Es fiel dabei sogleich auf, dass die beiden Schwingungen verschiedene Dauer haben und dass beide sich ändern, wenn der elastische Factor im Verlauf der Röhre MN verschoben wird.

Dies zeigt Fig. 2, die ich bei derselben Metallröhre, worauf derselbe elastische Factor an verschiedenen Stellen im Verlauf der Röhre eingeschaltet war, erzielt habe. In I befindet sich dieser elastische Factor unweit M, in II im Geviertpunkt der ganzen Röhre (von M an berechnet), in III ungefähr in der Mitte und in IV auf drei Viertellängen von M. Die Cardiographen schrieben hierbei von links nach rechts, der Krahn wurde erst geöffnet und darauf geschlossen. Die Oeffnungsschwingungen stehen also in der linken Hälfte und die Schliessungsschwingungen in der rechten Hälfte der

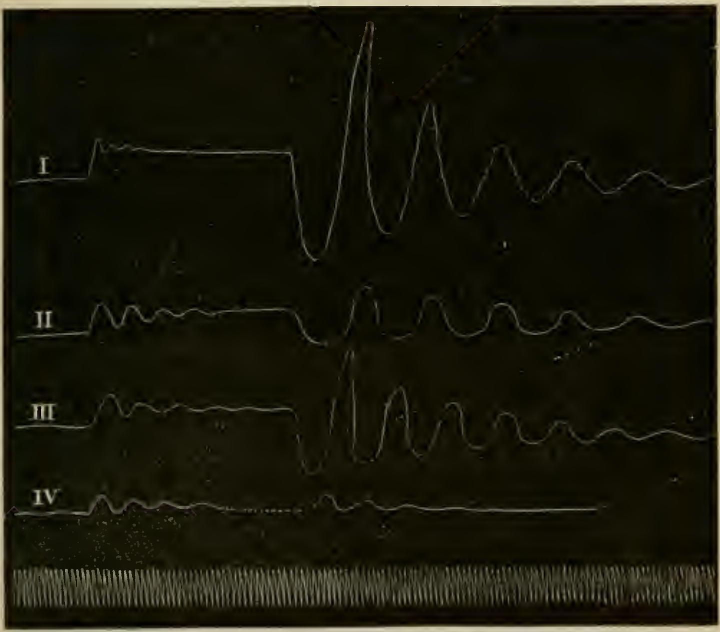

Fig. 2.

Tracés. Die unterste Linie zeigt die Schwingungen der Stimmgabel, wodurch die Zeit notirt wurde; diese Stimmgabel machte zwanzig einzelne Schwingungen per Sec.

Ich werde an erster Stelle in Kapitel II über die Schliessungsschwingungen und in Kapitel III über die Oeffnungsschwingungen handeln.

ZWEITES KAPITEL.

ÜBER DIE SCHLIESSUNGSSCHWINGUNGEN IN METALLRÖHREN, IN DEREN VERLAUF EIN ELASTISCHER FACTOR EINGESCHALTET IST.

Wir können hierbei vier Fälle unterscheiden. Es kann an einer Stelle der Metallröhre ein elastischer Factor eingeschaltet werden, und zwar 1^0. am Anfang bei der Einflussöffnung und 2^0. im weiteren Verlauf der Röhre. Es kann 3^0 mehr als ein elastischer Factor eingefügt werden. Es kann 4^0 eine unendliche Anzahl elastischer Factoren in hypothetisch kleinen Entfernungen von einander im Verlauf der Metallröhre eingeschaltet werden.

Wir betrachten jeden dieser vier Fälle gesondert.

§ 1. Ueber die Schliessungsschwingungen in einer Metallröhre, in welcher an Einer Stelle bei der Einflussöffnung Ein elastischer Factor eingeschaltet ist.

Um diese Schwingungen kennen zu lernen, ist es ein erstes Erforderniss, dass man den eingeführten elastischen Factor vollkommen kenne, wenigstens hinsichtlich jener Eigenschaften, die bei den uns beschäftigenden Erscheinungen eine Hauptrolle spielen. Seine Elasticität muss gering und vollkommen sein. Er muss unter dem Einfluss geringer Druckunterschiede bedeutende Veränderungen erleiden, nach dem Aufhören dieser Unterschiede aber zur Norm zurückkehren.

Meine ersten Versuche, wobei ich eine Gummi- oder Guttapercha-Platte als elastischen Factor benutzte, gewährte nicht die erwünschten Resultate. Zwar ist der Elasticitätscoefficient derartiger Platten nicht gross, aber ihre Formveränderung bei wechselndem Druck ist nicht genau zu bestimmen und obendrein sind sie nicht vollkommen elastisch: sie kehren nach der Ausdehnung nicht zur primitiven Gestalt zurück. Darum suchte ich nach einem andern Stoff, der die genannten Mängel nicht theilt. Sehr bald kam ich auf den Gedanken als solchen die atmosphärische Luft zu benutzen. Der Elasticitätscoefficient derselben, 1030 Gram per 1 □ Cm., ist innerhalb der Grenzen, in denen ich sie verdünnte oder verdichtete, unverändert und ihre Elasticität ist obendrein vollkommen.

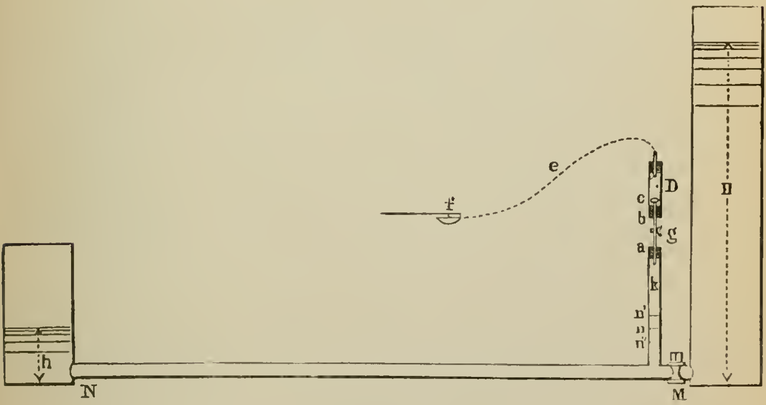

Fig. 3.

Ich benutzte zu diesem Zwecke eine graduirte Glasröhre, anfänglich von demselben Durchmesser, wie die Metallröhre. Diese Glasröhre stand senkrecht, sieh Fig. 3, auf der Metallröhre, und mit deren Lumen in Gemeinschaft; oben war sie geschlossen mittels eines Korkes, wodurch ein Röhrchen a b geht, über dessen etwas trichterförmig erweitertes Oberende ein dünnes elastisches Häutchen c gespannt war. Jenes trichterförmige Ende ist in einem abgeschlossenen Raum D befestigt, der durch ein Kautschuckröhrchen e mit einem Cardiographen f Gemeinschaft hat. Das Glasröhrchen a b ist von einem ┬ Krahne g versehen, durch welchen je nach dem Stande des Krahns entweder die Luft in der graduirten Röhre in Contact mit der Aussenluft, und ein grösseres oder kleineres Luftvolum *k* in die Röhre treten kann, oder aber jene Luft in der Glocke mit dem elastischen Häutchen am Ende in Berührung tritt, sodass nun dieses Luftvolum *k* sich in einem geschlossenen Raume befindet, der oben durch das elastische Häutchen c und unten durch das Wasserniveau in der Glasröhre n begrenzt wird. Die Luftmenge *k* bestimme ich natürlich vor dem Versuch aus dem Volum, das sie in der graduirten Röhre einnimmt.

Ist ein derartiger Apparat am Anfang der Metallröhre gleich hinter dem Einflusskrahn M angebracht, und wird dieser geöffnet, so fliesst das Wasser aus dem Druckgefäss durch die Röhre in das Reservoir. Diese strömende Flüssigkeit übt dabei einen gewissen Druck auf die Luft *k* aus, die in der graduirten Röhre enthalten ist, das Niveau n steigt dadurch, bis n′ z. B., bis die Spannung dieser zusammengedrückten Luft dem Druck der strömenden Flüssigkeit das Gleichgewicht hält. Diese Verdichtung der Luft *k* wölbt die elastische Membran c nach oben, wodurch die Luft im Raume D ein wenig zusammengedrückt wird.

Wenn nun der Krahn M plötzlich geschlossen wird, so setzt die Wassersäule M N zufolge ihrer lebendigen Kraft ihre Bewegung von M nach N noch fort; das Niveau sinkt dabei, aber sobald es unter n steht, ist die Luftsäule *k* ausgedehnt, und übt also auf die Wassersäule einen kleineren Druck aus, als die atmosphärische Luft in N. Die Resultirende dieser zwei Kräfte ist demnach eine Kraft, die in der Richtung von N nach M wirkt, also gleichsam eine Adspiration in M. Und mit dieser Resultirenden ist es so beschaffen, alsob nur der Luftcylinder Einfluss ausübte, hier aber nicht mit den Eigenschaften eines Gases, das immer drückt, sondern mit denen eines festen Körpers, der nur drückt, wenn er zusammengedrückt, und zieht, wenn er ausgedehnt wird. Diese Adspiration vermindert nun die Geschwindigkeit der Wassersäule und bringt diese zum Stillstand; dann steht das Niveau z. B. in n''. Unter dem fortwährenden Einfluss der gleichsam saugenden Luftsäule beginnt die Wassersäule sich in der Richtung von N nach M zu bewegen; solange diese Adspiration anhält, (solange die Luftsäule ausgedehnt ist), wächst die Geschwindigkeit der Wassersäule, und sie vermindert natürlich von dem Augenblicke an, wo die Luftsäule anfängt zusammengedrückt zu werden. Ist ihre lebendige Kraft unter diesem Einfluss vernichtet, so wird die Wassersäule wieder in der Richtung von M nach N zurückgetrieben, um sich von dort wieder in entgegengesetzter Richtung zu bewegen. Kurz, die Wassersäule M N macht eine Reihe von Schwingungen hin und her, und da diese mit Verdünnung und Verdichtung der Luft *k* übereinstimmen, so fällt und steigt dabei das Niveau n. Mit dem Fallen des Niveaus wölbt sich das Häutchen c nach unten und fällt also der Cardiograph, während Steigung des Niveaus in der Luftglocke den Cardiographen steigen macht. Die Bewegungen des Cardiographen geben also die Richtung der Schwingungen an, während die Grösse seiner Ausschläge ± die relative Grösse jener Schwingungen anzeigt.

Kleine störende Einflüsse (wie das schwierige genau Abmessen der Luftvolumina *k* in der Glocke; die zum Befestigen der Glasröhre an die Metallröhre nöthigen Cautschuckverbindungen, die, wie kurz sie auch genommen werden, dennoch Einfluss ausüben müssen; der Einfluss des Häutchens c u. s. w.) sind nicht zu vermeiden und werden zweifelsohne die Resultate einigermassen ändern. Ich suchte diese störenden Einflüsse bei meinen Versuchen so gering wie möglich zu machen, konnte sie aber natürlich nicht ganz vermeiden.

Die Curve, die der mit dem abgeschlossenen Luftraum *k* correspondirende Cardiograph auf einen drehenden Cylinder notirt, zeigt, dass wir mit einer einfachen Pendelbewegung zu thun haben.

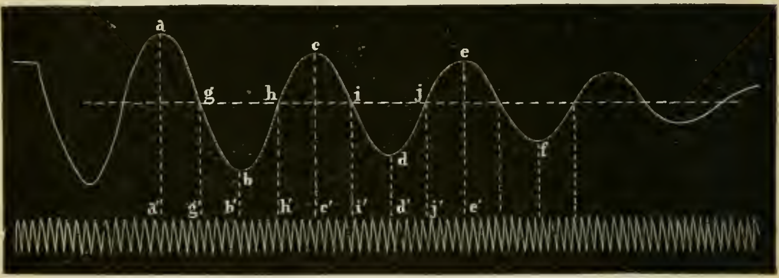

Fig. 4.

Von dieser in Fig. 4 schematisch wiedergegebenen Curve entsprechen nach Obigem die Punkte a, c, e... den höchsten, und b, d, f... den niedrigsten Ständen des Niveaus n, und also zugleich den Zeitpunkten, wo die Geschwindigkeit der Wassersäule = 0 ist. Die Punkte g, h, i, j... entsprechen dem Mittelstand des Niveaus n und also den Zeitpunkten, wo die Geschwindigkeit der Wassersäule am grössten ist: bei g, i... in der Richtung von M nach N, bei h, j... in entgegengesetzter Richtung. Die Zeit gibt auf der untern Linie eine Stimmgabel von 20 einzelnen Schwingungen per Sec. an.

Wie von vornherein zu erwarten war, sieht man, dass in der Curve die Dauer aller Schwingungen dieselbe ist: a′c′ = c′e′ = ... u. s. w. Diese Schwingungsdauer lässt sich leicht berechnen.

Wenn das Wasser aus dem Druckgefäss durch die Röhre strömt und der Krahn M nun plötzlich geschlossen wird, so kann man für den Fall, dass eine mit einer bestimmten Luftmenge gefüllte Röhre bei der Einflussöffnung auf die

Metallröhre aufgesetzt ist, wie wir diess soeben beschrieben, annehmen, dass die graduirte Röhre in der Verlängerung der Metallröhre an der Seite der Einflussöffnung liegt. Sind, wie soeben vorausgesetzt ward, die Lumina der graduirten Röhre und der Metallröhre gleich, so geschehen diese Schwingungen wie die eines Cylinders von festem Stoffe, der mit einem Ende befestigt ist, und an dessen anderem Ende ein Gewicht hängt (hier die Wassersäule).

Ist nun λ die Länge, d der Durchmesser und ω das Lumen der Metallröhre (ω gleichfalls das Lumen der Glasröhre), Δ das specifische Gewicht der Flüssigkeit, m die Masse der Wassersäule $\left(\text{natürlich ist nun } m = \frac{\omega \lambda \Delta}{g}\right)$, L die Länge der Luftsäule, k das gebrauchte Luftvolum (k ist dann $= \omega$ L), E′ der Elasticitätscoefficient der Luft, und wenden wir die Formel, die für derartige Schwingungen in allen Lehrbüchern der Mechanik gegeben wird, an, so ist, wenn t die Zeitdauer einer doppelten Schwingung vorstellt:

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{m\,\mathrm{L}}{\omega\,\mathrm{E}'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Wird in dieser Formel m durch seinen Werth $m = \frac{\omega\,\lambda\,\Delta}{g}$ ersetzt, so ist:

$$t = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\lambda\,\Delta\,\mathrm{L}}{\mathrm{E}'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

In diesen Formeln ist t ausgedrückt in Secunden, die Längen λ, L und g in Centimetern, Δ und E′ in Grammen, Δ per 1 c.Cm. und E′ per 1 □ Cm.

Ehe wir nun zur Erörterung dieser Formeln schreiten und dieselben experimentell prüfen, will ich vorher noch untersuchen, welchen Einfluss das Lumen der graduirten Röhre auf die Dauer t hat, wenn alle andern Umstände — auch das Luftvolumen k also — unverändert bleiben.

In den Formeln, die sich in den Handbüchern für die Schwingungsdauer fester Cylinder finden, ist die Form dieses Cylinders nicht gleichgültig. In unserm Falle aber, wo der Cylinder aus einem Gase besteht, hat nicht die Form, sondern nur das Volum auf t Einfluss. Der mathematische Beweis darauf ist leicht herbeizubringen; um nicht zu ausführlich zu werden, lasse ich ihn jedoch weg, und beschränke mich auf den experimentellen Beweis.

Hierzu brachte ich auf eine Metallröhre von der Länge $\lambda = 2382$ Cm. und dem Lumen $\omega = 2{,}83$ □ Cm. bei der Einflussöffnung nach einander zwei Luftglocken von verschiedenen Lumina, zuerst eine von 5,2 □ Cm., später eine von 1,63 □ Cm. In diese Luftglocken wurden nach einander gleiche Luftvolumina k eingeführt, und die Dauer der Schliessungsschwingungen in beiden Fällen mit einander verglichen. Die beobachtete Dauer der Schwingungen ist in die unterstehende Tabelle eingetragen.

k in c.Cm.	Wahrgenommen t in Sec. Lumen der Glocke.	
	5,2 □ Cm.	1,63 □ Cm.
15	0,77	0,8
30	1,05	1,1
60	1,46	1,5
120	2,02	2,5

Die Ziffern sind, wie man sieht, in beiden Fällen gleich. Nicht das Lumen der Glasröhre, sondern nur das Volumen k hat Einfluss auf t. Um also in die Formel (2) k einzuführen, will ich L durch $\frac{k}{\omega}$ ersetzen, wodurch man erhält:

$$t = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\lambda \Delta k}{\omega E'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Die Dauer der Schwingungen bei verschiedenen Luftvolumen k der graduirten Röhre wurden nun mit Metallröhren von verschiedener Länge λ und Lumen ω bestimmt, und die so erhaltenen Resultate mit den aus der Formel (3) berechneten verglichen.

In dieser Formel ist $\pi = 3{,}14$; die Beschleunigung der Schwerkraft $g = 980{,}88$ Cm.; das Gewicht eines c.Cm. Wasser $\triangle = 1$ Grm.; der Elasticitätscoefficient der Luft $E' = 1030$ Grm. per 1 □ Cm.; t in Secunden.

Die Versuche sind angestellt 1⁰ mit Metallröhren von 23,82 von 11,91 und von 5,96 M. Länge, in allen drei Fällen mit einem Durchmesser von 1,9 Cm. oder Lumen von 2,83 □ Cm. und 2⁰ mit einer Metallröhre van 4 M. Länge, und einem Lumen von 0,706 □ Cm. Die verschiedenen Luftvolumina k sind in unterstehender Tabelle verzeichnet.

λ. Cm.	ω. □ Cm.	k. c. Cm.	t in Secunden. Wahrgenommen.	Berechnet.
2382	2,83	15	0,77	0,702
2382	2,83	30	1,05	0,993
2382	2,83	60	1,46	1,405
2382	2,83	120	2,02	1,99
2382	2,83	240	2,7	2,81
1191	2,83	60	1,03	0,993
1191	2,83	120	1,45	1,405
596	2,83	15	0,37	0,351
596	2,83	120	1,01	0,994
400	0,706	60	1,15	1,15
400	0,706	120	1,65	1,63

Die durch Beobachtung und Berechnung erhaltenen Ziffern für die Zeitdauer t stimmen, wie man sieht, ganz überein. Die Formel (3) kann also als richtig betrachtet werden.

Aus dieser Formel erhellt der Einfluss, den jeder der Factoren λ, $\triangle$, k, ω und E' auf t ausübt.

Was den Einfluss der Niveauhöhe H im Druckgefäss und demnach auch die anfängliche Geschwindigkeit der Flüssigkeitssäule im Augenblicke des Schliessens von Krahn M betrifft, so ist dieser Null, wie aus den Versuchen in der folgenden Tabelle hervorgeht, bei welchen, unter sonst gleichen Umständen, nur der Werth H wechselte.

H in Cm.	t in Secunden wahrgenommen
20	0,815
40	0,81
100	0,815
200	0,82

Dies war von vornherein zu erwarten, da die Geschwindigkeit v nicht in der Formel vorkommt. — Und hieraus ergibt sich gleich, dass die Dauer t der aufeinander folgenden Schwingungen (sieh Fig 4 $a' c'$, $c' e'$...), die beim Schliessen des Krahnes M entstehen, dieselbe bleibt, weil dabei nur die Geschwindigkeit abnimmt.

Der Einfluss von h ist nur in so weit von Bedeutung, als dadurch das bei 1 Atm. Spannung gemessene Luftvolum ein wenig grösser oder kleiner wird. Hieraus kann also einige Ungenauigkeit entstehen; ich habe sie aber überall vernachlässigt, da ich den Einfluss von h immer sehr klein gemacht habe.

§ 2. Ueber die Schliessungsschwingungen in einer Metallröhre, worin an Einer Stelle im weiteren Verlauf der Röhre Ein elastischer Factor eingeschaltet ist.

Wenn eine graduirte, mit einer bestimmten Luftmenge gefüllte Glocke auf eine Metallröhre gesetzt ist, z. B. in M_3 in einer Entfernung x von der Ausflussöffnung N, (sieh Fig. 1) und der Krahn M wird, nachdem er einige Zeit offen gestanden, plötzlich geschlossen, so verursacht die Flüssigkeitssäule MM_3 bei der Einflussöffnung M einen Stoss, wie im I Kapitel beschrieben, und steht gleich darauf still. Die Flüssigkeitssäule M_3 N dagegen schwingt unter dem Einfluss der Luftglocke hin und her, und zwar ist dies nach den im vorigen Paragraphen entwickelten Gesetzen so zu verstehen, dass x als die Länge der Röhre betrachtet wird.

Sei ω das Lumen und λ die Länge der ganzen Metallröhre. Befindet sich die Luftglocke mit dem Luftvolum k' in der Entfernung x von der Ausflussöffnung N, so ergibt die Anwendung der Formel (3) für die Dauer der Schliessungsschwingungen:

$$t = \frac{2\,\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{x \triangle k'}{\omega\,E'}}.$$

Das heisst, dass die Dauer t sich verhält, wie die Quadratwurzel aus der Entfernung der Luftglocke von der Ausflussöffnung. Diese Formel hat sich mir auch experimentell bestätigt.

Dieser Werth verändert nicht, wenn man ihn mit $\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda}} = 1$ multiplizirt, man erhält dann:

$$t = \frac{2\,\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{x \triangle k'}{\omega\,E'}} = \frac{2\,\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\lambda \triangle \left(\frac{x}{\lambda} k'\right)}{\omega\,E'}};$$

d. h.: die Dauer der Schliessungsschwingungen in einer Metallröhre, worauf eine Luftglocke mit k' c.Cm. Luft in der Entfernung x von der Ausflussöffnung N gesetzt ist, ist gleich der Dauer der Schliessungsschwingungen in derselben Röhre, wenn bei der Einflussöffnung eine Luftglocke angebracht ist, die ein Luftvolum $\frac{x}{\lambda}\,k'$ enthält.

Diesen Werth $\frac{x}{\lambda} k'$ nenne ich den (scil. auf die Einflussöffnung) reducirten Werth von k'.

§ 3. Ueber die Schliessungsschwingungen in einer Metallröhre, worauf mehr als ein elastischer Factor eingeschaltet ist.

Wenn zwei elastische Factoren im Verlauf der Metallröhre eingeschaltet sind (z. B. zwei Luftglocken mit Luftvolumen k' und k in Entfernungen x und y von der Ausflussöffnung), so schwingt die Wassersäule M N nicht mehr als Ganzes hin und her. Die Flüssigkeitssäulen $M M_3$ und $M_3 N$ bewegen sich dann ganz verschieden, wenn auch nicht jede selbständig für sich. Ihre Bewegungen beeinflussen sich gegenseitig. Durch Versuche fand ich, dass die Schwingungen in den zwei Luft-

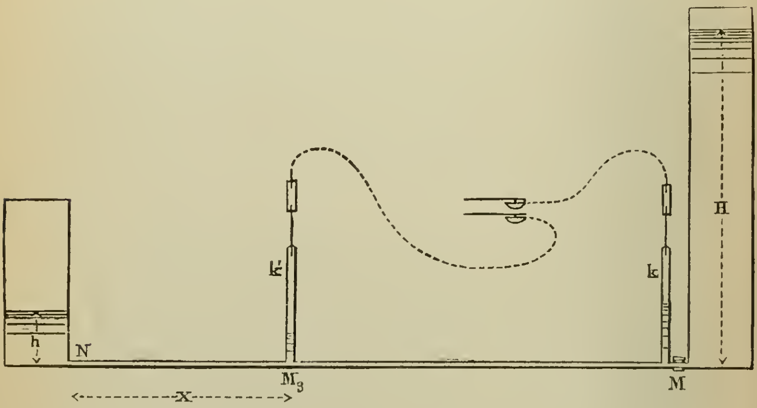

Fig 5.

glocken nach dem Schliessen des Krahns M anfänglich sehr ungleich und unregelmässig sind, bald aber in regelmässige Schwingungen übergehen, die in beiden Glocken von gleicher Dauer sind, wo sich auch die Luftglocken im Verlaufe der Röhre befinden, und welche die Luftvolumina in den Glocken auch sein mögen.

Diese regelmässig gewordenen Schwingungen sind an Dauer denjenigen gleich, die man in derselben Metallröhre erzielt, wenn darauf anstatt zweier nur eine Luftglocke (und zwar an der Einflussöffnung) steht, deren Luftvolum K der Summe der zwei reducirten Luftvolumina k' und k gleich ist, also $K = \frac{x}{\lambda} k' + \frac{y}{\lambda} k$. Sieh hierüber Seite 17. Um die Dauer der Schliessungsschwingungen zu erfahren, wird Formel (3) wieder angewandt und in derselben k durch K ersetzt.

In der folgenden Tabelle sind einige Versuche niedergelegt, die dies beweisen. Auf eine Metallröhre von der Länge $\lambda = 2382$ Cm. und dem Durchmesser $d = 1,9$ Cm. sind zwei Luftglocken gesetzt: die eine mit dem Luftvolum k' auf die Mitte der Röhre, demnach $x = \frac{\lambda}{2}$, die andere mit dem Luftvolum k bei der Einflussöffnung und also $y = \lambda$. Die Summe der reducirten Luftvolumina ist demzufolge:

$$K = \frac{k'}{2} + k.$$

k' c. Cm.	k c. Cm.	K c. Cm.	t in Secunden wahrgenommen	berechnet.
120	120	180	2,3	2,43
240	120	240	2,6	2,81
240	60	180	2,35	2,43
60	60	90	1,65	1,72
30	60	75	1,57	1,57

Die Dauer der Schliessungsschwingungen wechselt also nicht, wenn man die zwei Luftglocken ersetzt durch eine einzige an der Einflussöffnung mit einem Luftvolum, gleich der Summe der reducirten Werthe der Luftvolumina in den beiden Glocken.

Aber ausser den beschriebenen Schliessungsschwingungen treten in diesem Falle noch andere auf. Daher ist die Gestalt der Curve complicirter und scheint unregelmässig, wie oben schon erwähnt. Wenn, wie in Fig. 5, auf die Röhre M N zwei Luftglocken gestellt sind, die eine bei der Einflussöffnung mit einem Luftvolum k, die andere auf die Mitte der Röhre ($x = \frac{1}{2}\lambda$) mit einem Luftvolum k', und die Druckschwan-

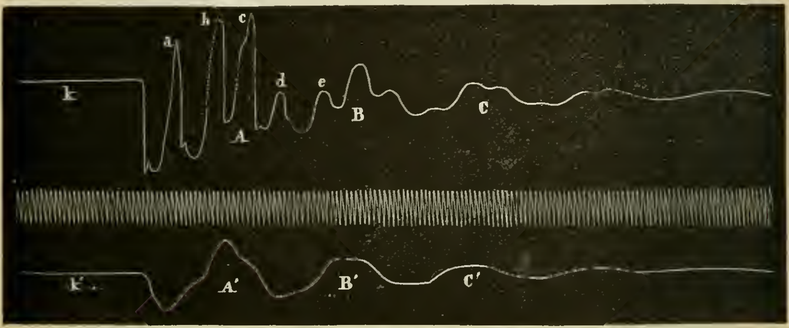

Fig. 6.

kungen in diesen beiden Luftglocken gleichzeitig registrirt

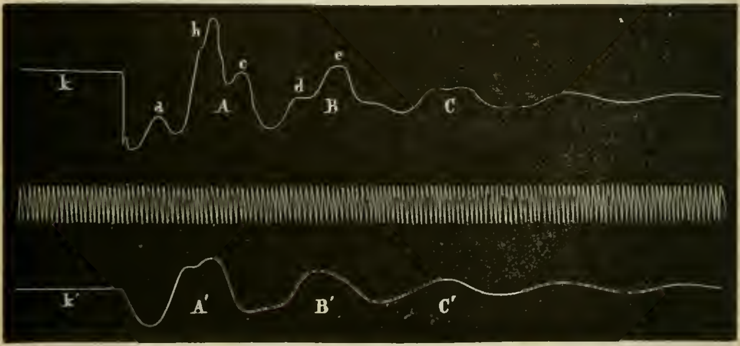

Fig. 7.

werden, so erhält man beim Schliessen des Krahnes M Schwingungen, wie in Fig. 6 und 7 angegeben.

In beiden Figuren entspricht die obere Curve den Druckveränderungen in der Glocke k, und die untere denen in der Glocke k'.

In beiden Curven bemerkt man Schwingungen von längerer Dauer A, B, C.... A', B', C'...., aber in diesen Schwingungen kommen Gipfel von viel kürzerer Dauer a, b, c, d, e.... vor. Die erstgenannten langen Schwingungen sind die Schliessungsschwingungen der ganzen Wassersäule, worüber wir schon gesprochen, die letztern kürzern Schwingungen sind eigene Schwingungen eines Theiles der Wassersäule. Diese eignen Schwingungen lassen sich ebenfalls berechnen, wenn wenigstens der Unterschied der Luftvolumina k und k' bedeutend ist.

Wenn k in Bezug auf k' klein ist, so übernimmt die Glocke k' gegenüber k die Rolle eines Reservoirs, und die kleineren in k beobachteten Gipfel a, b, c, d, e.... sind nun die eigenen Schwingungen der Wassersäule MM_3, welche den Schliessungsschwingungen in einer Metallröhre dieser Länge gleich sind, an deren Einflussöffnung die Glocke k angebracht ist, wie die Ziffern in der folgenden Tabelle beweisen.

In der Metallröhre M N vom Durchmesser $d = 1{,}9$ Cm. und von verschiedener Länge λ, ist die Glocke mit dem Luftvolum k immer an der Einflussöffnung angebracht, während die mit dem Luftvolum k' bei den verschiedenen Versuchen in verschiedenen Entfernungen von M auf dem weiteren Verlauf der Röhre sich befindet; diese Entfernung $M M_3$ ist in der Tabelle in einem Bruche von λ ausgedrückt.

k	k'	λ	$M M_3$	Eigene Schwingungen von k. t in Sec.	
c. Cm.	c. Cm.	Cm.		Wahrgenommen.	Berechnet.
30	240	745	0,8 λ	0,5	0,53
30	240	745	0,2 »	0,3	0,27
15	240	2382	0,5 »	0,53	0,54
30	300	2382	0,5 »	0,675	0,73
60	240	2382	0,5 »	0,9	1,02

Ist dagegen das Luftvolum k' der Glocke, die auf dem Verlauf der Röhre steht, klein gegen das Volum k in der Glocke an der Einflussöffnung, so ist es umgekehrt diese letztere Luftglocke, die beim Schliessen des Krahnes M die Rolle eines Reservoirs spielt; die eigenen Schwingungen von k' (sieh die Gipfel m, n, o, p, q...., von Fig. 8 und 9) sind dann an und für sich denjenigen gleich, welche man erhält, wenn die Metallröhre nicht nur in N in ein Reservoir mündet, sondern auch am andern Ende mit einem Reservoir oder Druckgefäss zusammenhängt, an der Stelle nämlich, wo sich die Glocke mit dem grossen Luftvolum k befindet. Die Schwingungen, die sich unter solchen Bedingungen ergeben, behandle ich im III Kap. ausführlicher, wo ich die

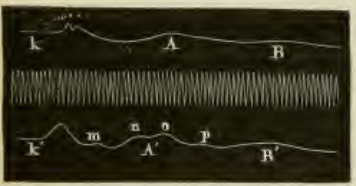

Fig. 8.

Schwingungen in Metallröhren, deren beide Enden offen sind, beschreibe. In der folgenden Tabelle habe ich die dort zu besprechenden Gesetze benutzt, um die Dauer der unter solchen Umständen entstehenden Schwingungen (hier die in k' beobachteten eignen Schwingungen) zu berechnen. Die durch Rechnung gewonnenen Zahlen können dann mit den auf experimentellem Wege erhaltenen verglichen, und die Richtigkeit des hier Mitgetheilten daraus entnommen werden.

Die bei diesen Versuchen gebrauchte Röhre hatte eine

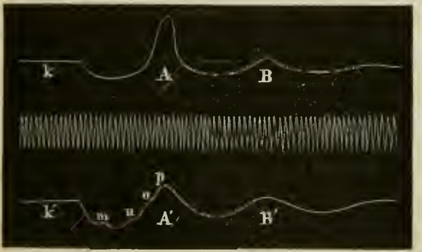

Fig. 9.

Länge $\lambda = 2382$ Cm. und einen Durchmesser $d =$ 1,9 Cm. Die Glocke mit dem Luftvolum k stand an der Einflussöffnung, die mit dem Luftvolum k' auf der Mitte der Röhre. Bei dem ersten der in der folgenden Tabelle verzeichneten Versuche erhielt ich Fig. 9; der letzte dieser Versuche ergab die Curven in Fig. 8. In beiden Figuren sind die Druckveränderungen von k in den oberen und die von k' in den untern Curven angegeben.

k	k'	Eigene Schwingungen von k'. t in Sec.	
c. Cm.	c. Cm.	Wahrgenommen.	Berechnet.
120	15	0,42	0,4
120	30	0,5	0,52
120	60	0,68	0,68

Was von der Dauer der Schliessungsschwingungen für den Fall, dass zwei Luftglocken sich auf der Metallröhre befinden, festgestellt worden, gilt auch für eine grössere Anzahl Luftglocken. Um dies zu beweisen, setzte ich auf den Verlauf einer Metallröhre von $\lambda = 300$ Cm. Länge in kleinen und gleichen Entfernungen von einander 29 graduirte Glasröhren; die Entfernung der Luftglocken unter einander war also 10 Cm. Bei jedem, in unterstehender Tabelle verzeichneten, Versuch enthalten alle Luftglocken dasselbe Luftvolum k, und zwar der Reihe nach 30, 60 und 240 c. Cm. Die durch Berechnung gewonnenen Ziffern haben sich ergeben aus der Formel (3), in welcher an die Stelle von k getreten ist K, d. h. die Summe der reducirten Werthe aller Volumina k. Da sich nun auf 10, 20, 30.... 280, 290 Cm. von N je eine Luftglocke befindet, und die Metallröhre 300 Cm. lang ist, so ist die Summe der reducirten Luftvolumina:

$$K = \frac{10 + 20 + 30 + \ldots . + 290}{300} k = 14{,}5\ k$$

Sieh hierüber Seite 18.

k	K	Schliessungsschwingungen. in Sec.	
c. Cm.	c. Cm.	Wahrgenommen.	Berechnet.
30	435	1,3	1,35
60	870	1,85	1,89
240	3480	3,5	3,78

Aus der Uebereinstimmung der beobachteten und berechneten Zahlen darf man schliessen, dass in einer Metallröhre, auf der eine sehr grosse Anzahl Glocken mit einem gewissen Luftvolum angebracht sind, die Dauer der Schliessungsschwingungen sich gleich bleibt, wenn statt aller dieser Glocken nur eine einzige an der Einflussöffnung sich befindet, welche die Summe aller reducirten Luftvolumina enthält.

Ist eine grosse Anzahl Luftglocken auf der Metallröhre angebracht, so unterliegt es nach dem, was wir oben bei der Anwendung zweier Luftglocken gesehen, keinem Zweifel, dass jede Luftglocke, ausser den hier berechneten Schliessungsschwingungen, auch eigne Schwingungen besitzen wird; aber der Effekt dieser eigenen Schwingungen geht in diesem Falle verloren, und im ganzem Verlauf der Röhre sind gleich nach dem Schliessen des Krahnes die Schliessungsschwingungen deutlich zu erkennen.

§ 4. Ueber die Schliessungsschwingungen in einer Metallröhre, in deren Verlauf eine unendliche Zahl elastischer Factoren in unendlich kleinen Entfernungen von einander eingefügt ist.

Wir wollen nunmehr die soeben gefundene Regel anwenden, um die Dauer T der Schliessungsschwingungen kennen zu lernen, wenn auf eine Metallröhre von der Länge λ eine unendliche Anzahl Luftglocken mit gleichen Luftvolumen $k\,\delta x$ in gleichen und unendlich kleinen Entfernungen von einander δx aufgesetzt sind. Diese Dauer T ist nach jener Regel gleich der Dauer der in derselben Metallröhre beobachteten Schliessungsschwingungen, wenn sich auf derselben nur Eine Luftglocke, und zwar an der Einflussöffnung befindet. Das Luftvolum K, das sich dazu in dieser Luftglocke befinden muss, ist nun die Summe der reducirten Luftvolumina jeder der

Glocken. Der reducirte Werth des Luftvolums $k \, \partial x$, das sich in einer Glocke in der Entfernung x von der Ausflussöffnung N befindet. ist nach der Regel auf Seite 18

$$\ldots\ldots = \frac{x}{\lambda} k \, \partial x.$$

Die Summe aller reducirten Luftvolumina ist demnach:

$$K = \int_0^\lambda \frac{x}{\lambda} k \, \partial x = \frac{k}{\lambda} \int_0^\lambda x \, \partial x, \text{ woraus } K = \frac{k \lambda}{2}.$$

Ersetzen wir nun in Formel (3) k durch den hier gefundenen Werth von K, so erhalten wir nach Reduction:

$$T = \frac{2 \pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\Delta k}{2 \omega E'}} \times \lambda \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Die gebrauchte Luft kann natürlich durch einen elastischen Factor anderer Art ersetzt werden, ohne die Dauer der Schliessungsschwingungen zu ändern. Anstatt ein bestimmtes Luftvolum als elastischen Factor irgendwo im Verlauf der Röhre ein zu schalten, kann man z. B. ein Stückchen Kautschukröhre von gewisser Länge (von gleichem Durchmesser wie die Metallröhre) in diese einfügen — natürlich an derselben Stelle, wo die Luftglocke stand. So kann man z. B. anstatt der Luftglocke mit dem Luftvolum k (sieh Fig. 5) an der Einflussöffnung, das Stückchen Kautschukröhre $M M_1$ an derselben Stelle in die Metallröhre einschalten (sieh Fig 1). Bei einer gewissen Länge $M M_1$ dieses Stückchens wird man dann Schliessungsschwingungen von derselben Dauer erhalten, wie zuvor. Natürlich muss man dann soviel von der Metallröhre abschneiden, dass die totale Länge M N in beiden Fällen gleich sei, oder aber die dadurch veränderte Länge in Rechnung bringen.

Wenn wir dies auf den ganzen Verlauf einer Metallröhre mit einer unendlichen Anzahl Luftglocken, jede mit einer gleichen und bestimmten Luftmenge, anwenden, so erhalten wir eine elastische Röhre M N. Die für die Dauer T in derartigen Metallröhren gefundenen Gesetze müssen sich nun auch auf die elastischen Röhren anwenden lassen. Dies ist wirklich der Fall, wie wir im IV Kapitel sehen werden.

DRITTES KAPITEL.

UEBER DIE OEFFNUNGSSCHWINGUNGEN IN EINER METALLRÖHRE, AUF DEREN VERLAUF EIN ODER MEHRERE ELASTISCHE FACTOREN EINGESCHALTET SIND.

Die Schwingungen, die entstehen in einer Metallröhre M N von der Länge λ, deren beide Enden offen sind (wenn der Einflusskrahn M geöffnet ist), und worauf sich in O, in der Entfernung w von der Ausflussöffnung, eine Luftglocke mit einem Luftvolum k befindet, gehorchen andern Gesetzen, als die im vorigen Kapitel beschriebenen. Unabhängig von der Strömungsbewegung der Wassermasse durch die Röhre von M nach N, die beim Oeffnen des Einflusskrahns M

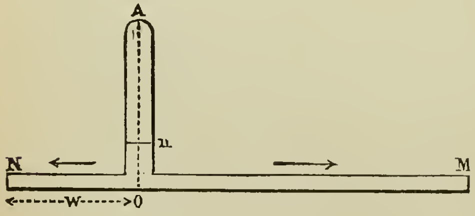

Fig. 10.

entsteht, treten in den Wassersäulen M O und N O gesonderte Schwingungen auf.

Was diese Schwingungen anbelangt, so ergibt sich beim Versuch, dass diese Wassersäulen sich immer gleichzeitig, aber in entgegengesetzter Richtung von einander, bewegen:

bald von einander weg, in der Richtung der Pfeile, während das Niveau n in der Luftglocke fällt, bald wieder in entgegengesetzter Richtung, während n steigt. Beide Flüssigkeitssäulen bewegen sich also, alsob sie sich je in einer Metallröhre befänden, die für die eine in M, für die andere in N geöffnet, und für beide in O geschlossen ist. In diesem Punkte O haben sie beide eine gemeinschaftliche Glocke mit einem Luftvolum k. Die Schwingungen der beiden Wassersäulen verhalten sich, alsob sich in der Glocke eine Scheidewand O A befände, wodurch dies Luftvolum in zwei Theile k_m und k_n getrennt wird ($k_m + k_n = k$), sodass jede der Säulen M O und N O beim Oeffnen des Krahnes M sich gleichsam in einer an Einem Ende geschlossenen Röhre befindet, an deren geschlossenem Ende eine Luftglocke, je mit den Luftvolumen k_m und k_n gefüllt, eingefügt ist. Das Verhältniss k_m zu k_n muss nun der Art sein, dass die Schwingungen in beiden Röhren dieselbe Dauer haben.

Um nun die Werthe k_m und k_n zu erfahren, wenden wir die im II Kap. gefundenen Gesetze an. Nach Formel (3), wo wir λ durch $\lambda - w$ und k durch k_m ersetzen müssen, ist die Dauer der Schwingungen in der Röhre M O ....

$$t = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{(\lambda - w) \Delta k_m}{\omega E'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha).$$

Für die Röhre N O muss in Formel (3) λ durch w, und k durch k_n ersetzt werden; die Dauer ist dann:

$$t = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{w \Delta k_n}{\omega E'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\beta).$$

Aus der Gleichheit der Formeln (α) und (β) folgt nach Reduction:

$$(\lambda - w) k_m = k_n.$$

Combinirt mit der Gleichung:

$$k_m + k_n = k$$

ergibt sich:

$$k_m = \frac{w}{\lambda} k \text{ en } k_n = \frac{\lambda - w}{\lambda} k.$$

Werden diese Werthe in die Formeln (α) und (β) eingeführt, so erhält man den identischen Werth:

$$t' = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\Delta \frac{\lambda - w}{\lambda} w k}{\omega E'}} \quad \ldots\ldots\ldots (5).$$

Lässt man in dieser Formel (5) die Entfernung der Luftglocke von der Ausflussöffnung N, also w, von 0 bis λ variiren (d. h. wird die Luftglocke successive von N nach M verschoben) so wechselt auch die Dauer t' der Oeffnungsschwingungen; t' sind sodann die Ordinaten einer Ellipse, deren grosse Achse, von der Länge λ, die Abscisse vorstellt.

Hieraus geht hervor 1⁰) dass die Dauer t' dieselbe bleibt, wenn caet. par. die Luftglocke in derselben Entfernung entweder von der Einfluss- oder von der Ausflussöffnung angebracht ist, 2⁰) dass $t' = 0$ ist, wenn die Glocke an der Einfluss- oder an der Ausflussöffnung angesetzt ist, 3⁰) dass t' zunimmt, jemehr die Luftglocke sich der Mitte der Röhre nähert, und dass t' also sein Maximum erreicht, wenn $w = \frac{1}{2} \lambda$; dann ist:

$$t' \max = \frac{\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\lambda \Delta k}{\omega E'}}$$

Der Einfluss von λ, Δ, k, ω und E' auf t' ist ganz derselbe wie auf t; dafür kann ich also nach Seite 18 verweisen.

Die Grösse dieser Schwingungen übergehe ich hier der Kürze halber stillschweigend, weil sie für uns von geringerm Interesse ist.

Wenn mehr als eine, z. B. zwei Luftglocken auf die Metallröhre gesetzt sind, so entstehen beim Oeffnen des Krahnes M ebenso wie beim Schliessen (sieh Seite 18) Anfangs sehr unregelmässige Schwingungen, aber auch jetzt werden sie bald regelmässig und von unter einander gleicher Dauer. Auf dieselbe Weise, wie beim Schliessen des Krahnes M, lassen sich diese Unregelmässigkeiten beim Oeffnen erklären.

Ich halte es für keineswegs unmöglich, auch auf dem im II Kap. eingeschlagenen Wege zur Kenntniss der Dauer der Oeffnungsschwingungen in Metallröhren mit einer unendlichen Anzahl elastischer Factoren (elastischen Röhren) zu gelangen, habe mich aber nicht weiter darin vertieft, da ich die Dauer der Oeffnungsschwingungen in elastischen Röhren auf einfacherm Wege gefunden habe.

VIERTES KAPITEL.

UEBER DIE SCHLIESSUNGSWELLEN IN ELASTISCHEN RÖHREN.

Wenn die Flüssigkeit durch eine elastische Röhre M N aus dem Druckgefäss H nach dem Reservoir von der Niveauhöhe h ($H > h$) strömt, und der Hahn M nun plötzlich geschlossen wird, so beobachtet man an allen Stellen der Röhre abwechselnd Ausdehnung und Zusammenziehung ihres Umfangs, also gleichfalls eine Reihe von Schwingungen. Um diese Schwingungen zu registriren, versah ich jede der Lufttrommeln der Cardiographen mit einem hölzernen Brettchen, und befestigte darauf ein keilförmiges Stativ, eine derartige Vorrichtung also, wie sie beim Cardiographen selbst dazu dient, die Bewegung von der elastischen Platte auf den Hebel zu übertragen. Dieses keilförmige Stativ drückte dann wie ein Messerrücken quer auf die Röhrenwand, wie dies in Fig. 11 ange-

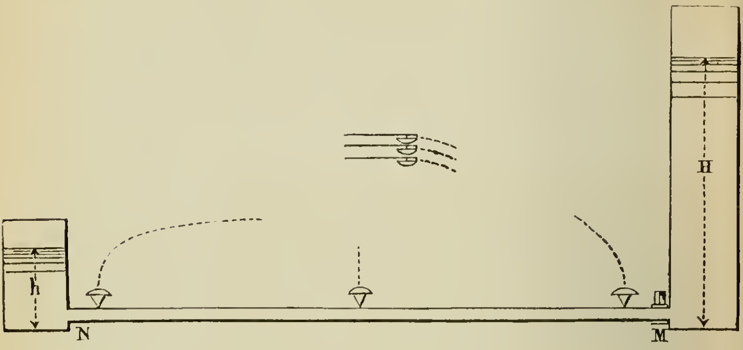

Fig. 11.

deutet ist. Das folgende Tracé in Fig. 12 ist auf diese Weise erzielt mit einer Kautschukröhre vom Durchmesser $d = 0{,}95$ Cm., Wanddicke $a = 0{,}14$ Cm. und Länge $\lambda = 270$ Cm. Es waren Lufttrommeln angebracht auf 25 Cm. Entfernung von M, auf der Mitte der Röhre und auf 25 Cm. von N. Die Nullpunkte der Cardiographen wurden unter einander gestellt, und die Bewegungen beim Oeffnen und Schliessen des Krahnes M auf einem drehenden Cylinder verzeichnet.

In diesem Tracé ist die untere Curve durch die Lufttrommel bei M, die mittlere durch die Lufttrommel auf der Mitte der Röhre, und die obere durch die Lufttrommel bei N erzielt.

Die grossen Schwingungen A, B, C.... u. s. w. sind die Analoga der Schliessungsschwingungen, deren Gesetze wir im II Kap. erörtert haben. Sie erwachsen aus dem Einfluss, den die Bewegung der Flüssigkeit auf die elastische Röhrenwand ausübt, und sind durchaus jenen Schliessungsschwingungen gleich zu stellen, die in einer gleich weiten und langen Metallröhre auftreten würden, wenn darauf eine unendliche Anzahl Luftglocken gestellt wäre, die mit einer bestimmten (von der Wanddicke und dem Elasticitätscoefficienten der elastischen Röhre abhängigen) für alle Luftglocken gleichen Luftmenge gefüllt wären. In einer Metallröhre mit einer unendlichen Anzahl elastischer Factoren (einer elastischen Röhre) entsteht ebenso wie in einer Metallröhre, wo nur ein elastischer Factor an der Einflussöffnung eingefügt ist, eine intermittirende, hin und her schwankende Strömungsbewegung nach dem Schliessen des Krahns. Aber das Eigenthümliche der intermittirenden Strömungsbewegung in einer elastischen Röhre liegt darin, dass die Flüssigkeit sich nicht als ein Ganzes hin und her bewegt, wie dies in einer Metallröhre mit nur einem elastischen Factor an der Einflussöffnung der Fall ist.

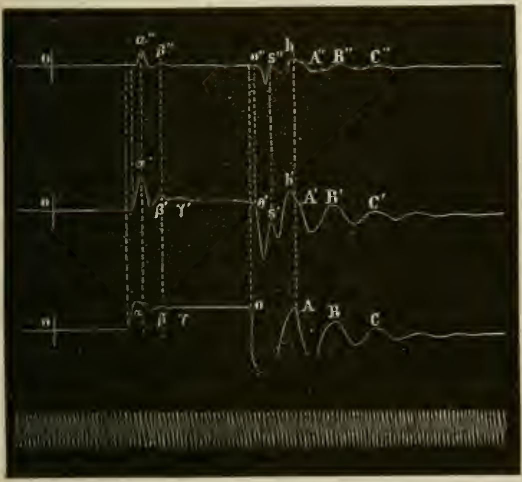

Fig. 12.

Bei einer continuirlichen Strömungsbewegung ist die Geschwindigkeit aller gleich weit von der Achse der Röhre entfernten Wassertheilchen, in einer elastischen, sowie in einer Metallröhre, dieselbe über die ganze Länge der Röhre. Unter dem Einfluss des mit der Länge der Röhre abnehmenden seitlichen Drucks der Flüssigkeit hat sich anfänglich die elastische Röhrenwand erweitert: bei M am meisten und von da an immer weniger bis zu N, wo das Lumen durch das Oeffnen des Krahnes sich nicht änderte, weil der seitliche

Druck hier h ist. Solange die Druckhöhen in den Druckgefässen H und h unverändert bleiben, bleibt auch die Röhrenwand unverändert. Demzufolge ist die elastische Röhre in diesem Falle einer starren (Metall-) Röhre gleich zu stellen, und bei einer fortdauernden Strömung ist also die Bewegung der Flüssigkeit in einer elastischen Röhre vollkommen gleich der in einer Metallröhre von denselben Dimensionen. Bei solch einer fortwährenden Strömung ist in einer elastischen Röhre, sowie in einer Metallröhre, nur von Strömungsbewegung die Rede; von Wellenbewegung ist dabei nichts zu bemerken.

Aber bei einer intermittirenden Strömungsbewegung in der Röhre, wie diese durch das Oeffnen und Schliessen des Krahns bewirkt wird, pflanzt sich die hierbei auftretende veränderte Geschwindigkeit der Wassertheilchen (Beschleunigung oder Verlangsamung), in einer elastischen Röhre viel langsamer von einem zum andern Theilchen fort, als in einer Metallröhre: die Flüssigkeit in der elastischen Röhre bewegt sich also nicht als ein Ganzes, wie in der Metallröhre mit einem elastischen Factor [1]), weil in einer elastischen Röhre mit dem Auftreten der intermittirenden Strömungsbewegung der Flüssigkeit, zugleich eine Wellenbewegung entsteht. Dadurch erhalten die Schliessungsschwingungen, die in einer elastischen Röhre, sowie in einer Metallröhre mit Einem elastischen Factor an der Einflussöffnung, von der intermittirenden Strömungsbewegung in der

---

[1]) Auch in solch einer Metallröhre bewegt sich die Flüssigkeit nicht als ein Ganzes im absoluten Sinne. Die Abnahme schreitet mit messbarer Geschwindigkeit über die Röhre M N fort, wie wir auf Seite 6 gezeigt. Aber die Schnelligkeit, womit die Bewegung sich fortpflanzt, ist so gross, das wir von einer Bewegung als ein Ganzes, von einer Pendelbewegung der Flüssigkeitssäule M N also, sprechen können.

Röhre MN abhängen, den Character von Wellen, welche sich mit der den Wellen eigenen Geschwindigkeit durch die elastische Röhre fortpflanzen. Ich nenne sie aus diesem Grunde Schliessungswellen.

Landois vorzüglich hat in seiner „Lehre vom Arterienpuls, 1872" eine ausgedehnte und in mancher Hinsicht verdienstliche Studie über diese Wellen geliefert, und sie „Rückstosselevationen" genannt. Da er jedoch nicht wie ich das Glück gehabt hat, die Erscheinungen bei intermittirender Strömungsbewegung der Flüssigkeit unter den einfachsten Umständen (in Metallröhren mit einem elastischen Factor) kennen zu lernen, hat er (was mir immer erklärlicher wurde, je besser ich die combinirte Natur der Erscheinungen in elastischen Röhren zu ergründen lernte) deren Bedeutung nicht ganz verstanden, wenigstens ist ihm ihre eigentliche Ursache verborgen geblieben. Dadurch hat er auch die Complicationen nicht verstanden, die beim Schliessen des Krahns vorkommen. Die Schliessungswellen in einer elastischen Röhre bilden nämlich, wenn vom Cardiographen registrirt, keineswegs eine regelmässige Wellenlinie, wie wir in Fig. 12 entworfen, sondern eine sehr unregelmässige Curve, warin neben den grösseren Wellen viele kleinere vorkommen. Landois hat diese kleinern Wellen unter dem Namen „Elasticitätselevationen" zusammengefasst, und leitet sie von den eignen Schwingungen der Röhrenwand her.

Wie wir sehen werden, verursachen die Complicationen, die die Schliessungswellen zeigen, keine Schwierigkeit, wenn man sich von der intermittirenden Strömungsbewegung in der Röhre beim Schliessen des Krahns und von der dabei auftretenden Wellenbewegung Rechenschaft gibt.

Die Schliessungswellen laufen nämlich in der elastischen Röhre von M nach N, und ausser diesen entstehen durch die intermittirende Strömungsbewegung noch andere Wellen in der Röhre, die umgekehrt von N nach M verlaufen, an dem geschlossenen Ende bei M reflectirt werden, und also nun wieder von M nach N verlaufen. Zieht man nun dabei in Betracht, dass überdiess zufolge der Strömungsbewegung noch eine, von der Wellenbewegung bedingte, Ausdehnung und Verengerung der elastischen Röhrenwand entsteht, so ist es einleuchtend genug, dass es unmöglich ist, alle diese Complicationen zu verstehen, wenn man die wahre Art der Strömungsbewegung in der Röhre nicht kennt.

Ich will nun der Reihe nach mittheilen, was meine Untersuchung mich gelehrt hinsichtlich 1⁰ der Dauer T, 2⁰ der Grösse Y, um endlich 3⁰ die Gestalt dieser Schliessungswellen und deren Ursache zu bestimmen. Dieser Mittheilung schicke ich eine kurze Uebersicht von dem was über das Eine und Andere bekannt ist, voran.

LANDOIS sagt darüber (l. c., S. 119): „An einem elastischen Schlauche von constanter Länge treten die Rückstosselevationen stets in gleich grossen Abständen sowohl unter einander, als auch von der primären Elevation auf, einerlei, ob der Sphygmograph im Anfange oder am Ende des Röhres angebracht ist."

Verengerung der Ausflussöffnung hat nach L. auf diese Dauer keinen Einfluss, und ebensowenig die Erhöhung des Niveaus H im Druckgefäss. Nur die Länge der Röhre hat Einfluss auf T: „die den Rückstosswellen entsprechenden Bewegungen", sagt LANDOIS (l. c., S. 111), „erfolgten um so später," (m. a. W. die Dauer der Schliessungswellen war um so grösser) „... je länger der elastische Schlauch im Ganzen war." Welchen Werth aber dieser Einfluss hat, ist von LANDOIS nicht bestimmt.

Von der Grösse der Wellen sagt LANDOIS (l. c., S. 116): „dagegen werden die Rückstosselevationen an diesem Rohre um so niedriger und um so geringer ausgeprägt, je weiter der Abstand des verzeichnenden Instrumentes von dem Anfange des Schlauches bemessen wurde;" dieselbe Welle wird also kleiner von der Einflussöffnung an bis zur Ausflussöffnung. Aus seinen Tracé's (l. c., S. 118, Fig. 22) erhellt weiter, das die Grösse der auf einander folgenden Schliessungswellen 1, 2, 3 stets abnimmt. Verengerung der Ausflussöffnung verkleinert nach L. überhaupt die Grösse der Schliessungswellen, (sieh l. c., S. 123). Die Höhe H im Druckgefäss hat dagegen nach LANDOIS keinen Einfluss auf die Grösse der Schliessungswellen. Er erhielt Fig. 25 F (l. c., S. 126), wenn die Niveauhöhe H im Druckgefäss (seinem „Wasserreservoir") 1,20 M. betrug, während Fig. 25 E sich ergab, als caet. par. die Niveauhöhe H bis zu 5 M. gestiegen war. Hinsichtlich dieser beiden Tracé's sagt L. (l. c., S. 125): „die primäre und sekundäre Rückstosselevationen S und T sind in beiden Curven ungefähr gleich entwickelt."

In seiner Recapitulation theilt LANDOIS (l. c., S. 134) ferner mit, dass die Grösse der Schliessungswellen abnimmt, jenachdem die Spannung der Wand zunimmt. Dass dies in einigen Fällen stattfindet, gebe ich gerne zu; ein allgemeines Gesetz ist es jedoch nicht (sieh unten).

Schliesslich endigt L. seine Studie mit folgendem Gesetz: (l. c., S. 135): „Je kürzer die Welle, desto prägnanter der Nachschlag."

MAREY hat gleichfalls einige Versuche über die in elastischen Röhren mit geöffneter Ausflussmündung entstehenden Wellen angestellt. Er constatirte Folgendes: (Phys. expér., 1875, p. 111): 1^0. Il ne se produit pas d'onde réfléchie; 2^0. L'intensité de l'onde va diminuant sans cesse jusqu'a l'extrémité du tube; 3^0. La vitesse de l'onde diminue peu à peu."

Hierauf beschränken sich die Angaben. Die Kenntniss der Eigenschaften der Wellen, die in elastischen Röhren mit offenem Ende entstehen, ist also noch gering, und ohne diese Kenntniss ist dennoch an eine Erklärung der Wellenbewegung im Gefässsystem nicht zu denken. Ich habe diese Eigenschaften genauer zu erforschen gesucht. Meine Untersuchungen darüber theile ich unterstehend mit.

§ 1. Ueber die Dauer T der Schliessungswellen in einer elastischen Röhre.

Um den Werth von T kennen zu lernen, müssen wir zu den Schliessungsschwingungen zurückkehren, die in Metallröhren, worin ein oder mehrere elastische Factoren eingeschaltet sind, entstehen, und die im II Kap. besprochen sind. Wir benutzten dort als elastischen Factor eine bestimmte Luftmenge. Diese Luft kann aber natürlich durch einen elastischen Factor anderer Art ersetzt werden. Man kann anstatt der Luftglocke mit einem gewissen Luftvolum ein Stück Kautschukröhre in die Metallröhre an derselben Stelle einschalten, und es werden dann derartige Schwingungen entstehn, wie beim Einschalten der Luftglocke; sogar die Dauer der Schliessungsschwingungen wird ganz unverändert bleiben, wenn das Stückchen Kautschukröhre von demselben Lumen wie die Metallröhre und von bestimmter Wanddicke und bestimmtem Elasticitätscoefficienten ist, vorausgesetzt, dass dadurch die ganze Länge M N keine Veränderung erlitten hat.

Ich werde mich nun der Reihe nach beschäftigen: a) mit einer Metallröhre, an deren Einflussöffnung ein Stückchen Kautschukröhre befestigt ist; b) mit einer Metallröhre, in deren Verlauf ein Stückchen Kautschukröhre eingeschaltet ist und c) mit der elastischen Röhre.

a) *Ueber die Dauer der Schliessungsschwingungen in einer Metallröhre, an deren Einflussöffnung ein Stückchen elastische Röhre befestigt ist.*

Nennen wir λ die Länge und $d' = 2\,R'$ den Durchmesser der Metallröhre, L_1 die Länge des elastischen Röhrenstückchens, das sich zwischen dem Krahn M und dem Anfang der Metallröhre befindet, $d_1 = 2 R_1$ den Durchmesser des elastischen Röhrenstückchens, a_1 die Wanddicke und E_1 den Elasticitätscoefficienten. Nehmen wir an, dass die Metallröhre mit ihrem Ende N in ein Reservoir von der Niveauhöhe h ausmündet, und dass das specifische Gewicht der Flüssigkeit Δ ist. Wenn wir nun m die Masse der Flüssigkeitssäule in der Metallröhre nennen, so ist

$$m = \frac{\pi R'^2 \lambda \Delta}{g}$$

Ich setze voraus, dass das Stückchen elastische Röhre während des Schwingens der Wassersäule sich in allen Punkten gleichmässig und gleichzeitig ausdehnt, in die Quere sowohl wie in die Länge[1]; auch setze ich voraus, dass die Befestigungsmittel von $M M_1$ keinen Einfluss ausüben. Ferner setze ich das Verhältniss der Wanddicke der elastischen Röhre $M M_1$ zu ihrem Radius so gering, dass die Tensionen in der ganzen Dicke der Wand als g l e i c h betrachtet werden können.

Während der Krahn M offen stand, strömte die Flüssigkeit durch die Röhre; der Krahn M wurde plötzlich geschlossen und die Flüssigkeitssäule M_1 N machte darauf einige Schwingungen hin und her, deren Dauer T ich nun berechnen will.

Ich gehe von dem Zeitpunkt aus, wo diese Flüssigkeitssäule bei ihrer rückkehrenden Schwingung von N nach M (wobei sie erst eine anwachsende, dann eine abnehmende Geschwindigkeit besitzt) ihre m a x i m a l e Schnelligkeit V erreicht hat (sieh Seite 10). Die Schnelligkeit wuchs, so lange eine äussere Kraft in der Richtung von N nach M auf sie ein-

---

[1] In der Wirklichkeit findet dies nicht statt, wenn nicht L (die Länge des elastischen Röhrenstückchens) gegen die Länge λ der Metallröhre sehr klein ist. Aber die Voraussetzung ist erlaubt.

wirkte, und sie hat einen maximalen Werth V bekommen, wenn diese Kraft null geworden ist. Dies findet Statt, wenn die Tension von M M_1 dem Druck h des Reservoirs Gleichgewicht macht. Dann ist jedoch unter diesem Druck h das elastische Röhrchen M M_1 ausgedehnt. Nennen wir in diesem Moment seinen Durchmesser $d = 2$ R, L seine Länge, a die Wanddicke, und E den Elasticitätscoefficienten.

Denken wir uns die Masse m der ganzen Wassersäule condensirt in Einem, in der Achse der Metallröhre (Abscisse) gelegenen, Punkte O, z. B. dem Schwerpunkte[1]). Die Geschwindigkeit von m für den Punkt O ist sodann V.

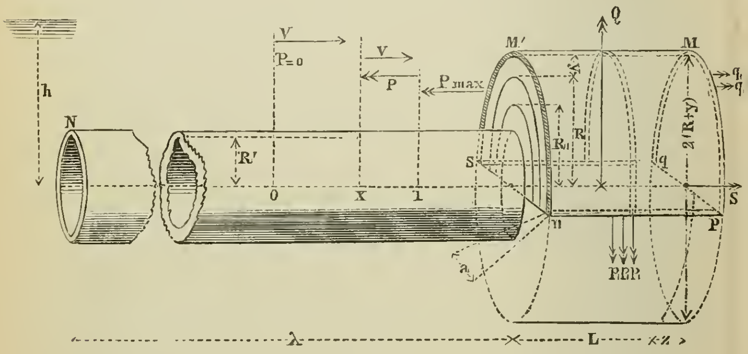

Fig. 13.

Von diesem Zeitpunkt an bewegt die Flüssigkeitssäule sich immer nach M fort, und, da das elastische Röhrchen bei M geschlossen ist, so schwillt dieses an und nimmt in Länge zu. Die Tension seiner Wände wird hierdurch erhöht und übt eine grössere Druckkraft auf die Wassersäule aus.

Den Unterschied zwischen diesem Druck, und dem, welchen das Reservoir mit seinem unveränderten Stand des

---

[1]) Ich darf diese Annahme machen, da alle Wassertheilchen der Flüssigkeitssäule im selben Augenblick dieselbe Geschwindigkeit haben, weil die Flüssigkeitssäule sich in einer Metallröhre befindet.

Niveaus h besitzt, nenne ich P in dem Augenblick, da die Masse m bei ihrem Fortschreiten den Weg x zurückgelegt hat. Durch diese drückende (und wechselnde) Kraft wird die Geschwindigkeit der Wassersäule beeinträchtigt; setzen wir, dass sie v geworden ist für den Punkt x. Während dieses Zeitverlaufs ist ein gewisses Flüssigkeitsquantum aus der Metallröhre in die elastische Röhre getreten, und dadurch ist der Radius von R zu R $+ y$, und die Länge von L zu L $+ z$ angewachsen.

Nehmen wir endlich auf der Abscisse noch den Abstand l, den die Masse m zurückgelegt hat, wenn ihre Geschwindigkeit unter dem Einfluss der stetig zunehmenden Kraft P null geworden ist. In diesem Augenblick ist die Tension der Wand des elastischen Röhrchens $M M_1$ am grössten, und die Kraft P eine maximale.

Die Hälfte der Differenz der lebendigen Kraft, die eine Masse im Anfang und am Ende des zurückgelegten Weges besitzt, ist der während dieses Zeitverlaufs entwickelten Arbeit gleich. In x ist die lebendige Kraft von $m \ldots = m v^2$, in l ist sie null. Die Arbeit während eines sehr kurzen Weges δx ist P δx, woraus

$$\tfrac{1}{2} m v^2 = \int_x^l \mathrm{P}\, \delta x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha).$$

Wenn δt die Zeit ist, worin der Abstand δx zurückgelegt wird, so ist:

$$\delta x = v\, \delta t \qquad \text{oder}$$

$$\delta t = \frac{\delta x}{v} \qquad \text{und}$$

$$t = \int_0^l \frac{\delta x}{v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\beta);$$

t stellt dann die Zeit vor, worin m sich von 0 bis l fortbewegt.

Aus der Formel (α) werde ich v bestimmen und diesen

Werth in Formel (β) einführen, woraus ich dann t herleiten werde.

P ist der totale Druck, den die (vor dem Punkt x) ausgedehnte elastische Röhre auf die Wassersäule in der Metallröhre ausübt. Das Lumen dieser Röhre ist $\pi R'^2$. Der Druck auf 1 □ Einheit ist also:

$$\frac{P}{\pi R'^2}.$$

Nennen wir Q den totalen Druck, der in diesem Augenblick auf den Längsschnitt der elastischen Röhre n p q s ausgeübt wird, so ist der Druck per 1 □ Einheit dem Quotient von Q und der Oberfläche n p q s gleich. Die Breite dieser Oberfläche ist $2(R+y)$ und ihre Länge $L+z$. Der Druck per 1 □ Einheit in der Ebene n p q s ist also:

$$\frac{Q}{2(R+y)(L+z)}.$$

Da wir aber die Schwingungen der Flüssigkeitssäule als klein voraussetzen, so sind die Grössen y und z in Bezug auf R und L zu vernachlässigen, und dadurch wird jener Druck auf 1 □ Einheit:

$$\frac{Q}{2RL}.$$

Nennen wir S den totalen Druck auf den Enddurchschnitt M, so ist der Druck per 1 □ Einheit:

$$\frac{S}{\pi(R+y)^2}.$$

Oder mit Vernachlässigung von y in Bezug auf R:

$$\frac{S}{\pi R^2}.$$

Da nun der Druck in einer Flüssigkeit per 1 □ Einheit in allen Richtungen und überall gleich ist, so ergibt sich:

$$\frac{P}{\pi R'^2} = \frac{Q}{2RL} \quad \ldots\ldots \quad (\gamma).$$

$$\text{und} \quad \frac{Q}{2\,R\,L} = \frac{S}{\pi\,R^2} \quad \ldots\ldots \quad (\delta).$$

Suchen wir den Werth von Q. Wenn p_1 die Tension heisst, die in dem Durchschnitt n p und q s per 1 □ Einheit producirt wird, so ist:

$$Q = p_1\, 2a\,(L + z).$$

und wenn z in Bezug auf L vernachlässigt wird, so ist:

$$Q = p_1\, 2\,a\,L. \quad \ldots\ldots \quad (\varepsilon).$$

Um p_1 kennen zu lernen, wissen wir, dass das Quotient der ausdehnenden Kraft eines Körpers und der daraus folgenden Verlängerung per Längeneinheit, gleich dem Elasticitätscoefficienten ist; also:

$$\frac{p_1}{\mu} = E \quad \text{oder} \quad p_1 = \mu\,E.$$

und da nun die ganze Verlängerung eines halben Umfangs der elastischen Röhre, getheilt durch diesen halben Umfang, gleich der Verlängerung per Einheit ist, so ergibt sich:

$$\mu = \frac{\pi\,(R + y) - \pi\,R}{\pi\,R} = \frac{y}{R} \quad \text{und also} \quad p_1 = \frac{y}{R}\,E.$$

Ersetzen wir p_1 in Formel (ε) durch diesen Werth, so ist:

$$Q = \frac{y}{R}\,E\,2\,a\,L.$$

Ersetzen wir in Formel (γ) Q durch diesen Werth, so ist:

$$\frac{P}{\pi\,R'^2} = \frac{y\,E\,2\,a\,L}{R\,2\,R\,L} \quad \text{oder} \quad P = a\,\pi\,E\,\frac{R'^2}{R^2}\,y \quad \ldots (\zeta).$$

Es handelt sich nun noch darum, y in einer Function von x auszudrücken. Beim Fortschreiten von m von O bis x ist dasselbe Flüssigkeitsvolum aus der Metallröhre getreten, und in das elastische Stückchen Röhre gelangt. Dies hat dadurch eine Radiusvergrösserung von R zu $R + y$ und eine Verlängerung von L bis $L + z$ erlitten. Die Gleichheit der verdrängten Volumina wird durch die folgende Gleichung ausgedrükt:

$$\pi R'^2 x = \pi [(R + y)^2 - R^2] (L + z) + \pi (R + y)^2 z \text{ oder}$$

$$\pi R'^2 x = \pi (2 R + y) y (L + z) + \pi (R + y)^2 z.$$

und wenn wir y und z in Bezug auf R und L vernachlässigen, und reduciren, so ist:

$$R'^2 x = 2 R y L + R^2 z. \quad . \quad . \quad . \quad (\gamma).$$

Versuchen wir nun z in einer Function von y auszudrücken. Die mit y und z correspondirenden Verlängerungen per Längeneinheit sind:

$$\frac{y}{R} \text{ und } \frac{z}{L}.$$

Die diese Verlängerungen hervorrufenden Kräfte per 1 □ Einheit sind:

$$p_1 = \frac{y}{R} E \text{ und } q_1 = \frac{z}{L} E.$$

Die Kräfte, die den Totalkräften Q und S das Gleichgewicht halten, sind gleich den Kräften p_1 und q_1, je mit der Oberfläche, worin sie erzeugt werden, multiplicirt, woraus:

$$Q = p_1 \, 2 \, a \, (L + z)$$

oder, wenn z in Bezug auf L vernachlässigt, und p_1 durch seinen gefundenen Werth ersetzt wird,

$$Q = \frac{y}{R} E \, 2 \, a \, L.$$

Auf dieselbe Weise ist:

$$S = q_1 \, 2 \, \pi \, (R + y) \, a;$$

wird y in Bezug auf R vernachlässigt, und q_1 durch seinen Werth ersetzt, so ist:

$$S = \frac{z}{L} E \, 2 \, \pi \, R \, a.$$

Bringen wir diese Werthe von Q und S in die Formel (δ), so ist:

$$\frac{y E 2 a L}{2 R^2 L} = \frac{z E 2 \pi R a}{L \pi R^2}$$

und nach Reduction:

$$\frac{y}{R} = \frac{2\,z}{L} \quad \text{woraus:} \quad z = \frac{L}{2\,R}\,y.$$

Ersetzen wir in der Formel (η) z durch diesen Werth, so erhält man:

$$R'^2\,x = 2\,R\,y\,L + R^2\,\frac{L}{2R}\,y \quad \text{oder} \quad R'^2\,x = 2\,R\,y\,L + 0{,}5\,R\,y\,L$$

$$\text{oder} \quad R'^2\,x = 2{,}5\,R\,L\,y \quad \text{woraus:} \quad y = \frac{R'^2\,x}{2{,}5\,R\,L}.$$

Setzen wir diesen Werth anstatt y in die Formel (ζ), so ist:

$$P = a\,\pi\,E\,\frac{R'^2}{R^2} \times \frac{R'^2}{2{,}5\,R\,L}\,x, \quad \text{oder} \quad P = \frac{a\,\pi\,E\,R'^4}{2{,}5\,L\,R^3}\,x.$$

Ersetzen wir in Formel (α) P durch diesen Werth, so ist:

$$\tfrac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{a\,\pi\,E\,R'^4}{2{,}5\,L\,R^3} \int_x^l x\,\delta\,x, \quad \text{woraus:}$$

$$\tfrac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{a\,\pi\,E\,R'^4}{2{,}5\,L\,R^3} \left(\frac{l^2 - x^2}{2.} \right).$$

Hieraus folgt:

$$v = \sqrt{\frac{a\,\pi\,E\,R'^4}{2{,}5\,L\,R^3 m}} \sqrt{l^2 - x^2}.$$

Ersetzen wir in Formel (β) v durch diesen Werth, so ist:

$$t = \int_0^l \frac{\delta\,x}{v} = \sqrt{\frac{2{,}5\,L\,R^3\,m}{a\,\pi\,E\,R'^4}} \int_0^l \frac{\delta\,x}{\sqrt{l^2 - x^2}}.$$

Nennen wir $x = l\,\theta$, so ist:

$$\int = \int \frac{l\,\delta\,\theta}{l\sqrt{1 - \theta^2}} = \int \frac{\delta\,\theta}{\sqrt{1 - \theta^2}} = \text{arc. sin. } \theta + C.$$

Ersetzen wir θ durch seinen Werth $\frac{x}{l}$, so ist:

$$\int_0^l \frac{\delta\,x}{\sqrt{l^2 - x^2}} = \text{arc. sin. } \frac{x}{l} + C = \text{arc. sin. } 1 + \text{arc. sin. } 0 = \frac{\pi}{2}$$

und dann wird:

$$t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{2{,}5\,m\,L\,R^3}{a\,\pi\,E\,R'^4}}.$$

Dieser Werth von t ist also die Zeit, die die Masse der Wassersäule braucht, um den Weg von O bis l zurückzulegen.

Da nun die Zeit, die sie braucht, um vom Punkt l wieder zum Punkt O zurück zu kehren, auf dieselbe Weise gefunden wird, und dieser Zeitraum gleich t sich herausstellt; da ferner derselbe Zeitraum t erforderlich ist, um die Masse m in ihrer Bewegung von M nach N vom Punkte O aus zum Stillstand zu bringen, und ebenso, um sie von dort aus wieder nach O zurückzuführen, so ist die zu einer ganzen Schwingung erforderliche Zeit $t_1 = 4\,t$ oder:

$$t_1 = 2\,\pi \sqrt{\frac{2,5\; m\; R^3\; L}{a\,\pi\; E\; R'^4}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

Ersetzen wir die Masse m durch ihren Werth

$$\frac{\pi \triangle R'^2 \lambda}{g}$$

und reduciren wir, so ist:

$$t_1 = \frac{2\,\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{2,5\,\lambda \triangle L\; R^3}{a\; E\; R'^{\,2}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

R, a und L sind Radius, Wanddicke und Länge des elastischen Stückchens Röhre $M\,M_1$.

Ist dieses elastisch in dem Sinne, dass es, wenn durch Adspiration geleert, wieder sein rundes Lumen annimmt, sobald die Adspiration aufhört (wie dies der Fall ist bei den gewöhnlichen Schläuchen von vulcanisirtem Kautschuk), so kann h alle Werthe haben; sogar 0 und < 0. Haben wir aber zu thun mit schlaffen Röhren, die z. B. wegen der Biegsamkeit der Wände zusammenfallen, wenn der innere Druck $= 0$ wird, wie dies z. B. bei einer Darmröhre der Fall ist, dann ist, wenn bei der Bewegung der Masse m links vom Punkt O eine Kraft in der Richtung von N nach M entstehen soll, m. a. W. wenn Schwingungen entstehen sollen, die conditio sine qua non, das $h > 0$ sei, in dem Masze, dass die Wand unter diesem Druck gespannt ist. Unter diesem Vorbehalt ist also die Formel (7) auf alle Fälle anwendbar.

Ist der Radius der Metallröhre R' dazu gleich dem Radius R, den das elastische Stückchen Röhre unter dem Druck h annimmt, so wird die Formel (7)

$$t_1 = \frac{2\,\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{2{,}5\,\lambda \triangle L R}{a\,E}}\,.$$

Und wenn wir R durch $\frac{d}{2}$ ersetzen, und reduciren, so ist:

$$t_1 = \frac{2\,\pi}{\sqrt{0{,}8\,g}} \sqrt{\frac{\lambda \triangle L\, d}{a\,E}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

Dies ist also die Dauer einer ganzen Flüssigkeitsschwingung von kleiner Grösse in einer Metallröhre, an deren Einflussöffnung ein Stück von einer elastischen Röhre angebracht ist [1]).

b. *Ueber die Dauer der Schliessungsschwingungen in einer Metallröhre, in deren* Verlauf *ein Stückchen von einer elastischen Röhre angebracht ist.*

Ist dasselbe elastische Stückchen Röhre **nicht** an der Einflussöffnung, sondern in der Entfernung w von der Ausflussöffnung N in die Metallröhre eingeschaltet, dann steht beinahe unmittelbar nach dem Schliessen des Krahns die Flüssigkeitssäule, die sich zwischen dem Einflusskrahn und dem elastischen Röhrchen befindet, still; die Wassersäule, die sich im Theile w der Röhre befindet, schwingt aber hin und her. Diese Schwingungen werden sich also vollkommen verhalten, wie die soeben besprochenen, mit dem Unterschiede nur, dass die Metallröhre, in der sie stattfinden, nun eine Länge w hat.

[1]) Der Einfluss der Verlängerung z des elastischen Stückchens Röhre unter dem Druck h ist sehr gering: die Formel (8) wird für $z=0$:

$$t_1 = \frac{2\,\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\lambda \triangle L\, d}{a\,E}}.$$

Wenden wir nun die ermittelte Formel (8) an, worin λ durch w ersetzt werden muss, so ist:

$$t_1 = \frac{2\,\pi}{\sqrt{0{,}8\,g}}\sqrt{\frac{w \triangle \mathrm{L}\,d}{a\,\mathrm{E}}}$$

Multiplicirt man dieser Formel mit $1 = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda}}$, so erhält man:

$$t_1 = \frac{2\,\pi}{\sqrt{0{,}8\,g}}\sqrt{\frac{\lambda \triangle \left(\frac{w}{\lambda}\mathrm{L}\right) d}{a\,\mathrm{E}}} \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

Die Gleichheit dieser zwei Werthe kann also ausgedrückt werden: Die Dauer einer Schliessungsschwingung in einer Metallröhre van der Länge λ, in welche in der Entfernung w vom offnen Ende N ein elastisches Stückchen Röhre von der Länge L eingeschaltet ist, ist gleich der in derselben Metallröhre erzeugten, wenn bei der Einflussöffnung ein Stückchen von derselben elastischen Röhre angebracht ist, das nun nicht dieselbe Länge L hat, sondern eine andere, die sich umgekehrt zu L verhält, wie die Abstände, in denen diese elastische Stückchen von der Ausflussöffnung N sich befinden, also die Länge $\frac{w}{\lambda}$ L. Ich nenne diese Länge wieder die (scil. auf die Einflussöffnung) reducirte Länge.

c. *Ueber die Dauer der Schliessungswellen in einer elastischen Röhre.*

Aus den Formeln (3) und (8), wobei in einem Falle der elastische Factor aus einem gewissen, in graduirter Röhre befindlichen, Luftvolum k, und im andern Falle aus einem Stückchen Kautschukröhre von der Länge L besteht, erhellt die Uebereinstimmung dieser zwei Fälle hinsichtlich k und L. Es ergeht daraus zugleich, welchen Bedingungen entsprochen werden muss, damit die Schwingungen in beiden Fällen von gleicher Dauer t_1 seien. Aus der Gleichheit der zwei Formeln (3) und (8) folgen nach Reduction diese Bedingungen:

$$\frac{k}{\omega E'} = \frac{1}{\sqrt{0,8}} \times \frac{L d}{a E}.$$

Die auf Seite 25 gefundene Regel, um die Dauer der Schliessungsschwingungen T zu erhalten in einer Metallröhre, worauf eine unendliche Anzahl Luftglocken in gleichen Abständen von einander angebracht war (jede dasselbe, aber unendlich kleine Luftvolum enthaltend), darf nun auch auf die elastische Röhre angewandt werden.

Setzen wir nun, dass diese Röhre bei einem Druck h einen Durchmesser $d = 2$ R, eine Wanddicke a, und eine Länge λ hat, so sind jene fortschreitenden Schliessungsschwingungen in Dauer gleich denen in einer Röhre von denselben Dimensionen, aber mit starren Wänden, und an deren Einflussöffnung ein Stück von derselben elastischen Röhre von der Länge L angebracht ist, sodass L die Summe der reducirten Längen der Elementarringe ist, die die elastische Röhre zusammensetzen. Ebenso, wie bei der Luftglocke an der Einflussöffnung, muss nun vorausgesetzt werden, dass dies Stück L sich überall gleich und gleichzeitig ausdehnt und zusammenzieht.

Nach dem Vorhergesagten ist die reducirte Länge δl eines Elementarringes δx in dem Abstand x von der Ausflussöffnung bei einer elastischen Röhre von der Totallänge λ:

$$\delta l = \frac{x}{\lambda} \delta x.$$

Die Summe der reducirten Längen aller Elementarringe, die die ganze Röhre bilden, ist dann:

$$L = \int_0^\lambda \frac{x \, \delta x}{\lambda} = \frac{\lambda}{2}.$$

Wenden wir nun die Formel (8), Seite 45 an, in welcher

L durch $\frac{\lambda}{2}$, R′ durch R $= \frac{d}{2}$ ersetzt werden muss, da die vorausgesetzte starre Röhre nun den Durchmesser d erhalten hat, und reduciren wir, so ist:

$$T = \pi \sqrt{\frac{2,5}{g}} \sqrt{\frac{\Delta\, d}{a\,\mathrm{E}}} \times \lambda \quad . \quad . \quad (10).$$

Dies ist die Dauer einer ganzen Schliessungsschwingung in einer elastischen Röhre von der Länge λ, dem Durchmesser d, der Wanddicke a und dem Elasticitätscoefficienten E beim Druck h. Die Densität der Flüssigkeit ist Δ.

In dieser Formel ist die Dauer T ausgedrückt in Secunden, die Dimensionen der Röhre d, a und λ in Cm.; die Beschleunigung der Schwerkraft g gleichfalls in Cm. . . = 980,88 Cm., der Elasticitätscoefficient der Röhrenwand E in gr. per 1 □ Cm. Oberfläche.

Ich muss hier wieder die Bedingung stellen, dass für biegsame, zusammenfallende Röhren (Därme z. B.) h > 0 sein muss, und zwar so, dass die Röhrenwand bei diesem Druck gespannt ist. Bei elastischen Röhren, wie Kautschukröhren, ist der Werth von h gleichgültig.

Die Dauer der Schliessungswellen in einer elastischen Röhre ist also der Länge dieser Röhre proportionell.

Anmerkung. Zur leichteren Berechnung der Werthe von T kann der Formel (10) eine andere Gestalt gegeben werden.

Der Elasticitätscoefficient eines Stoffes ist das Quotient der ausdehnenden Kraft auf das □ Einheitsmass, und der damit correspondirenden Verlängerung per Längeneinheit μ.

$$. \; . \; . \; . \; . \; \mathrm{E} = \frac{p}{\mu}$$

Bei vielen Stoffen kann diese Zahl E als constant betrachtet werden; bei andern wechselt sie beträchtlich bei verschiedenen Tensionen. Bei letztern Stoffen muss man, um die Zahl E bei einer bestimmten Tension zu kennen, **kleine** Tensionsunterschiede anwenden, und diese durch die ihnen entsprechenden Verlängerungsunterschiede theilen.

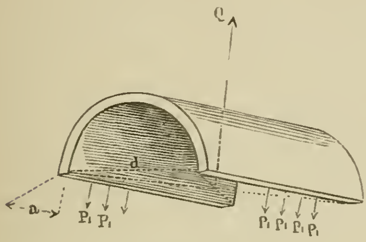

Fig. 14.

Gesetzt nun, wir wollen T bei der Druckhöhe h kennen. Bei diesem Druck ist der Diameter der elastischen Röhre gleich d, die Wanddicke a und der Elasticitätscoefficient E geworden. Setzen wir die Druckhöhe h′ etwas kleiner als h, so ist der Druckunterschied in einem Stückchen Röhre, von der Länge 1 und durch eine symmetrische Ebene halbirt, $Q = (h - h') \triangle d$.

Diese Differenz Q ist gleich der Differenz der Tensionen, die sich in der Wand bei den Druckhöhen h und h′ entwickeln.

Wenn p diese Differenz der Tensionen per □ Einheit ist, so ist:

$$p\, 2a = Q \text{ und}$$

$$p = \frac{Q}{2a} = \frac{(h - h') \Delta d}{2a}.$$

Wenn μ die Verlängerungsdifferenz per Längeneinheit bei den Druckhöhen h und h′ ist, so ist:

$$E = \frac{p}{\mu} = \frac{(h - h') \Delta d}{2a} \times \frac{1}{\mu}.$$

Der Bruch unter dem Radical der Formel (10) ist dann:

$$\frac{\Delta d}{a E} = \frac{\Delta d}{a} \times \frac{2a}{(h - h') \Delta d} \times \mu = \frac{2\mu}{h - h'}.$$

Die Formel (10) wird dann:

$$T = \pi \sqrt{\frac{5}{g}} \sqrt{\frac{\mu}{h - h'}} \times \lambda \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11).$$

Hierin ist also μ die Verlängerung per Längeneinheit des Durchmessers der Röhre, welche mit der Differenz der Druckhöhen h - h′ correspondirt.

In den Anwendungen benutze ich diese Formel (11) öfters.

d. *Discussion der Formel* (10)....$T = \pi \sqrt{\frac{2,5}{g}} \sqrt{\frac{\Delta\, d}{a\, E}} \times \lambda$.

Aus dieser Formel ergibt sich Folgendes:

Die Dauer der Schliessungswellen T verhält sich wie die Länge der elastischen Röhre λ.

T verhält sich wie die Quadratwurzel aus dem spec. Gewichte der Flüssigkeit Δ.

T verhält sich wie die Quadratwurzel aus dem Durchmesser der elastischen Röhre d.

T verhält sich umgekehrt wie die Quadratwurzel aus der Wanddicke a.

T verhält sich umgekehrt wie die Quadratwurzel aus dem Elasticitätscoefficienten der Röhrenwand E.

Es ist unmöglich alle diese Gesetze gesondert auf experimentellem Wege an elastischen Röhren zu prüfen, da man sich keine Röhren verschaffen kann, in denen nur je einer der Factoren d, a, E wechselt. Dagegen ist es leicht, nur λ oder Δ wechseln zu lassen.

T verhält sich wie die Länge der Röhre λ.

Um diese Eigenschaft experimentell zu prüfen, habe ich nach einander verschiedene Längen einer nämlichen elastischen Röhre mit einem Ende an ein Druckgefäss mit Niveauhöhe H befestigt, während das andere in ein Reservoir von geringerer Niveauhöhe h ausmündete; auf die oben beschriebene Weise habe ich mittels des Cardiographen die Wellen beim Schliessen des Krahns M registrirt. Die unten folgenden Zahlen sind auf diese Weise mit einer Kautschukröhre von $d = 0,95$ Cm. und $a = 0,14$ Cm. erhalten. Die Länge λ liess ich von 540 Cm. bis 17 Cm. variiren.

λ Cm.	Relativer Werth von λ.	T Sec.	Relativer Werth von T.
540	1	1,62	1
270	0,5	0,822	0,507
135	0,25	0,41	0,253
67,5	0,125	0,21	0,129
33,7	0,0625	0,105	0,0648
17	0,0312	0,06	0,036

Die Uebereinstimmung ist, wie man sieht, vollkommen.

T verhält sich wie die Quadratwurzel aus dem specifischem Gewichte der Flüssigkeit Δ.

Es ist natürlich nicht schwierig, dieses Gesetz experimentell zu prüfen, jedoch habe ich hierüber keine Versuche angestellt. Marey (Physiol. expérim., 1876, p. 94) sagt über den Einfluss des spec. Gewichtes: „La substitution du mercure à l'eau dans les tubes ne fait guère que tripler la durée de l'oscillation; et pourtant la différence des densités de ces deux liquides est dans le rapport de 1 à 13." Später, wo ich über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses handle, werde ich ein photographisches Tracé von Marey (l. c., p. 114) über die Differenz der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Quecksilber und Wasser heranziehen, und durch Berechnung der Zeitdifferenz zwischen beiden darthun, dass T sich wirklich verhält wie $\sqrt{\Delta}$.

Was den Einfluss von d und a auf T betrifft, so sei man sehr behutsam, die obigen Gesetze sogleich anzuwenden, da sie nur dann richtig sind, wenn die anderen Factoren nicht wechseln. So ist z. B. das gefundene auf a bezügliche Gesetz nicht direct auf eine Röhre anwendbar, deren Durchmesser und Elasticitätscoefficient zwar gleich bleiben, aber deren Wanddicke wechselt, z. B. zunimmt. Denn unter derselben Druckhöhe h nimmt nun hierdurch der Durchmesser der Röhre nicht soviel mehr in Grösse zu, und d ist also unter demselben Druck kleiner als bei geringer Wanddicke. Hierdurch entsteht also neben der verkleinernden Wirkung von *a* noch ein gleichfalls verkleinernder Einfluss von *d*.

Mit noch mehr Vorbehalt wende man das Ergebniss auf solche Röhren an, deren E veränderlich ist. Denn indem die Wanddicke zunimmt, wird eine selbe Druckhöhe geringere Tensionen per □ Einheit in der Röhrenwand erzeugen. Ist nun bei dieser geringern Tension der Elasticitätscoefficient kleiner, (wie dies bei Arterienwänden und Därmen der Fall ist, sieh später) so entsteht neben dem verkleinernden Einfluss auf *a* und *d* ein vergrössernder Einfluss von E.

Einen derartigen Vorbehalt wird man auch machen müssen, wenn E allein variirt.

T verhält sich umgekehrt, wie die Quadratwurzel aus E.

Ist E constant, so wechseln in derselben elastischen Röhre *a* und *d* bei zunehmendem Druck h. Die Wanddicke wird dabei kleiner und der Durchmesser grösser. Bei zunehmendem Druck h üben also beide nach dem Vorhergehenden einen vergrössernden Einfluss auf T aus. Verwickelter ist die Sache, wenn auch E wechselt bei zunehmendem Werthe von h; wird E dabei kleiner, so wird T a fortiori grösser, aber E kann bei zunehmendem Druck auch steigen (wie in der Gefäss- und Darmwand), und dann wirkt E verkleinerend auf T; dieser Einfluss kann sogar so bedeutend sein, dass er bei Erhöhung von h den stätigen vergrössernden Einfluss von *d* und *a* weit übertrifft: dies findet bei der Darmwand und den Arterien statt.

Einfluss der Niveauhöhen H und h auf T.

Aus dem soeben Besprochenen kann man entnehmen, welchen Einfluss h auf T ausüben kann; wie in einigen

Fällen (in Röhren mit constantem E, Kautschukröhren) Zunahme von h auch Zunahme von T zu Folge haben muss, und wie in andern Fällen (in Röhren, wobei E bedeutend in demselben Sinne zunimmt, wie h, in Darmröhren und Arterien) Zunahme von h eine Abnahme von T verursachen kann.

Was die Niveauhöhe im Druckgefäss H betrifft, dieser Factor hat caet. par. nur Einfluss auf die Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeitssäule M N, im Augenblick da der Krahn M geschlossen wird. In Formel (10) kommt diese Geschwindigkeit nicht vor, und daher auch hat H keinen Einfluss auf T; aus demselben Grunde ändert sich auch die Dauer der aufeinanderfolgenden Wellen nach jeder Schliessung nicht, weil allein die Geschwindigkeit der hin und her schwingenden Wassersäule M N dabei abnimmt.

Schliesslich will ich noch erinnern, dass die Dauer der Wellen dieselbe bleibt, ob nun der Krahn längere Zeit oder nur sehr kurz vor der Schliessung offen gestanden habe. Die Zeit, die verläuft zwischen dem Anfang der Senkung und dem erstfolgenden Schliessungswellengipfel ist immer dieselbe. Wenn man den Abstand der beiden ersten Wellengipfel, die beim plötzlichen Oeffnen und Schliessen des Krahnes entstehen, misst, den Abstand also von dem primären Wellengipfel bis zum ersten Schliessungswellengipfel, so findet man diesen Abstand stets übereinstimmend mit der Zeitdauer T. Ich habe dies durch vielfache Versuche constatirt, und aus LANDOIS' Tracés ergibt sich dasselbe (l. c., S. 118, fig. A, *a* und *b*), obschon er es nicht ausspricht.

e. *Anwendung der Formel* T (10).

Wenn die in der Formel vorkommenden Factoren bekannt sind, so lässt sich also augenblicklich der Werth der Dauer der Schliessungswellen T in einer gegebenen Röhre bei bestimmtem Druck berechnen.

Sehen wir zu, ob die so erhaltenen Zahlen mit den auf experimentellem Wege gefundenen stimmen.

Zu dieser Berechnung benutze ich die Formeln (10) und (11); in letzteren ist $h - h'$ eine bekannte Differenz in Seitendruck und μ die damit correspondirende Ausdehnung von d per Längeneinheit.

Den Durchmesser d der Röhren habe ich berechnet aus dem Volum, das eine bekannte Länge der Röhre enthält; die Wanddicke a ist mit dem Mikrometer bestimmt. Den Elasticitätscoefficienten E und die Verlängerung per Einheit μ habe ich bestimmt, indem ich einen Theil der Röhren in die Länge oder in der Quere ausdehnte und die Verlängerung direct mass. Manchmal habe ich sie aus der Vergrösserung des Umfangs unter verschiedenen Drucken hergeleitet. Als Flüssigkeit benutzte ich immer Wasser, also $\Delta = 1$.

Ich will nun einige Untersuchungen mittheilen: A. über Röhren, wobei E bei verschiedener Druckhöhe h constant bleibt; B. über Röhren, wobei E bei verschiedenen Werthen von h wechselt.

A. *Zu den Röhren wo E constant ist*, gehören Kautschukröhren. 1⁰. Rothe vulcanisirte Kautschukröhre mit einem Durchmesser von 1,57 Cm. und einer Wanddicke von 0,25 Cm.

Hier habe ich die Verlängerung und E gefunden, indem ich ein Stück von 80 Cm. Länge durch verschiedene Gewichte P in die Länge ausdehnte und die entsprechende Länge λ mass. Ich habe die Belastung von 1000 Gr. ab je mit 100 Gr. vermindert, und augenblicklich darauf die Länge observirt, sieh Columme $\lambda\ \alpha$. Der Unterschied gibt mir die augenblickliche Verkürzung l. Geschieht die Observation etwas später, so ist die Verkürzung bedeutender, sieh Columne $\lambda\ \beta$. Die Verkürzung per Längeneinheit, 1 Cm., ist das Quotient der

Columnen l und λ; nämlich μ für 100 Gr. Da ich diesen Werth von μ bei diesem Stoff ungefähr gleich gefunden habe, so nehme ich das Mittel: also $\mu = \frac{1}{250}$; hieraus folgt dann E = 20000 [1]).

Der Seitendruck h, welcher der Wand dieselbe Tension gibt, wie ein gewisses ausdehnendes Gewicht P ist leicht zu berechnen aus

$$\frac{\mathrm{h}\,d}{2\,a} = \frac{\mathrm{P}}{\pi\,1{,}57\,a}, \text{ woraus}$$

$$\mathrm{h} = \frac{2\,\mathrm{P}}{\pi\,1{,}57\,d}.$$

Um h zu kennen, muss nun aber d bei diesem Druck h bekannt sein. Dazu setze ich das Verhältniss der Werthe von d unter einander gleich dem von λ; die so erhaltenen Zahlen findet man in Columne d.

Columne T enthalt die nach Formel (10) berechnete Dauer der Schliessungswellen für eine Länge der Röhre von 100 Cm.

In der darauf folgenden Columne sind die berechneten Werthe der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses in dieser Röhre bei verschiedenem Druck h angegeben. Ich handle hierüber erst im V Kapitel, werde aber dort nach dieser Columne verweisen.

In der zweiten Abtheilung der Tabelle befinden sich die bei verschiedenem Druck h experimentell bestimmte Dauer T der Schliessungsschwingungen in jener Röhre, lang 100 Cm., und ferner die beobachtete Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses in jener Röhre per Sec.

---

[1]) E kann innerhalb der hier gebrauchten Gränzen als constant betrachtet werden.

							BERECHNUNG.		BEOBACHTUNG.		
P	λ	l		*d*	*a*	h	T	Vp	h	T	V
Gr.	Cm.	Cm.		Cm.	Cm.	Cm .	Sec.	Cm.	Cm.	Sec.	Cm
1000	83,8	0,3	μ im Mittel 100 gr. Differenz . . . . . 0,004 = $\frac{1}{250}$ E im Mittel . . . = 20000.	1,648	0,238	251,45	0,297	1515	250	0,31	
900	α 83,5										
900	β 83,45	0,3		1,64	0,239	226,85	0,294	1530	220		14
800	α 83,15			1,633	0,24	202,15			200	0,31	
800	β 83,1	0,3									
700	α 82,8			1,625	0,241	177,3					
700	β 82,75	0,35									
600	α 82,4			1,617	0,242	152.3	0,29	1551	150	0,30	14
600	β 82,35										
500	α 82,1			1,61	0,243	127,2					
500	β 82	0,35									
400	α 81,65			1,601	0,245	102					
400	β 81,6	0,35									
300	α 81,25			1,594	0,246	76.7					
300	β 81,2	0,3									
200	α 80,9			1,586	0,2475	51,25					
200	β 80,85	0,35									
100	α 80,5			1,578	0,2487	25,7			20	0,28	
100	β 80,4	0,4							10		15
0	80			1,57	0,25	0	0,281	1600			

Bei zwei andern Röhren, von demselben Stoff, und wobei also E gleichfals = 20000 genommen werden darf, sind die Dimensionen, der daraus nach Formel (10) berechnete Werth von T bei einer Röhrenlänge von 100 Cm. und bei verschiedenem Werth von h, im ersten Theil der unterstehenden Tabelle verzeichnet. Im zweiten Theil die beobachteten Werthe von T. (Ueber die Zahlen in den Columnen Vp handle ich im V Kapitel).

				BERECHNUNG.		BEOBACHTUNG.		
	d	a	h	T	Vp	h	T	Vp
2°.	Cm.	Cm.	Cm.	Sec.	Cm.	Cm.	Sec.	Cm.
	0,95	0,14	0	0,293	1530	10	0,33	1380
	0,96	0,138	210	0,296	1510	210	0,348	1220
3°.	0,55	0,08	0	0,293	1530	10	0,32	1360
	0,552	0,079	205	0,295	1520	205	0,33	1260

Bei diesen Röhren wird also T grösser wenn h steigt, da die Röhre bei höherm Druck sich ausdehnt; der Durchmesser wird dabei grösser und die Wanddicke geringer.

B. *Zu den Röhren, deren* E *mit der Druckhöhe* h *variirt*, gehört die Darmröhre. Bei meiner Untersuchung benutzte ich den Dünndarm eines Schweines, von dem die Mucosa entfernt war. Die Wand dieser Röhre war sehr dünn und die exacte Dicke nicht gut zu bestimmen. Sie lag zwischen 0,01 und 0,02 Cm. Aus demselben Grunde war es nicht wohl möglich den absoluten Werth von E festzustellen. Da man jedoch E als proportional zu $\frac{h - h'}{\mu}$ ansetzen darf, so kann man aus der folgenden Tabelle entnehmen, dass E bedeutend steigt bei der Zunahme des Druckes h.

Ich habe den Werth μ bestimmt, indem ich den Inhalt derselben Darmröhre bei verschiedenem Druck mass. In Columne h finden sich die verschiedenen Druckhöhen, in Columne h — h′ die Differenz zweier auf einander folgenden Druckhöhen. — Aus dem Inhalt habe ich den Durchmesser (Columne d) hergeleitet; in der folgenden Columne findet sich die Differenz des Durchmessers bei zwei auf einander folgenden Druckhöhen. Diese Differenz getheilt durch d ergibt die Werthe μ. T ist nach Formel (11) für eine Röhre von 100 Cm. Länge berechnet.

In der zweiten Abtheilung der Tabelle findet man die experimentell bestimmte Dauer der Schliessungswellen dieser 100 Cm. langen Röhre.

(Ueber die Columnen Vp handle ich im V Kapitel.)

						BERECHNUNG.		BEOBACHTUNG.		
h	h — h′	Inhalt.	d	Differenz.	μ	T	Vp	h	T	Vp
Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	Cm.		Sec.	Cm.	Cm.	Sec.	Cm.
60		2930	3,415					60	1,6	870
	10			0,015	0,0044	1,50	960			
50		2910	3,40					50	1,75	800
	10			0,02	0,0059	1,74	835			
40		2870	3,38					40	1,95	800
	20			0,125	0,037	3,08	460	30	2,2	685
20		2660	3,255					20	2,65	530
	10			0,110	0,0338	4,17	350			
10		2480	3,145					10	3,7	400
								5	5,2	280
0										

Die Dauer der Schliessungswellen nimmt also ab in Darmröhren, wenn der Druck h steigt, und die Ursache davon liegt in der Steigerung von E bei Zunahme von h.

Schliesslich will ich noch bemerken, dass die Darmwand, die bei h = 0 völlig zusammenfiel, schon gespannt war bei h = 10 Cm.

Die durch Berechnung erhaltenen Zahlen stimmen so sehr mit den experimentell erhaltenen überein, dass die Richtigkeit der Formel (10)

$$T = \pi \sqrt{\frac{2,5}{g}} \sqrt{\frac{\Delta\, d}{a\, E}} \times \lambda$$

nicht zu bezweifelen ist.

Dass zwischen beiden Resultaten (den durch Berechnung und den durch Experiment erzielten) kleine Unterschiede bestehn, war nicht anders zu erwarten. Denn erstens ist es ja schlechterdings unmöglich, die unmittelbar zurückwirkenden Verlängerungen μ völlig genau zu bestimmen, und zweitens hängen den Berechnungen von d, a und E und den Beobachtungen selbst unvermeidlich kleine Ungenauigkeiten an, die auf das Endergebniss einen bedeutenden Einfluss haben müssen.

Und wenn ich auch diese Fehler hätte vermeiden können, so wären noch Differenzen geblieben, weil natürlich die Dimensionen der Röhren selbst nicht über die ganze Länge dieselben, und deren Wände auch nicht ganz homogen sind.

Ueberdiess habe ich bei der Berechnung vorausgesetzt, dass die Tensionen, die sich in der Wand entwickeln, wenn die Röhre sich erweitert und zusammenzieht, bei demselben Querschnitt über die ganze Wanddicke gleich sind. Diess darf jedoch nur dann angenommen werden, wenn diese Wanddicke a in Bezug auf den Durchmesser d der Röhre sehr klein ist.

Darum darf diese Formel nicht angewandt werden auf Röhren mit dicken Wänden.

§ 2. Ueber die Höhe der Schliessungswellen.

Die Wellen, die beim Schliessen des Krahnes M in der elastischen Röhre entstehen, nehmen in Höhe ab, jemehr sie sich dem offnen Ende N nähern. Man überzeugt sich leicht davon, wenn man unter denselben Verhältnissen die Ausdehnungen der Röhre an verschiedenen Punkten ihres Verlaufs registrirt. Hierzu kann man natürlich die Lufttrommeln und den Cardiographen nicht anwenden, da man nicht nur zu sorgen hat, dass die Ausschläge der Cardiographen sich wie die Ausdehnungen der Röhre verhalten, sondern obendrein, dass die Lufttrommeln gleichmässig auf die Röhrenwand drücken. Dies macht eine beinah unüberwindliche Schwierigkeit. Darum liess ich die Wellen zu diesem Zwecke durch ein dünnes Stäbchen verzeichnen, das senkrecht auf die Röhre befestigt war, und dessen Bewegungen mittels eines leichten Hebels der ersten Art mit einem Verhältniss der Arme von 1 : 6 übertragen wurden. Ich erhielt auf diese Weise Curven von den verschiedenen Punkten der Röhre. Die Höhe der Wellen war also sechsmal vergrössert; sie wurde unter dem Mikroskop mittels des Oculairmicrometers gemessen und auf ihre wirkliche Länge reducirt.

In der folgenden Tabelle ist die Höhe der Schliessungswellen von einer selben Ordnung an verschiedenen Punkten der Röhre angegeben. Diese Röhre hatte eine Länge $\lambda = 365$ Cm., einen Durchmesser $d = 0{,}95$ Cm. und eine Wanddicke $a = 0{,}14$ Cm. Ich will 2 Y die gefundene Höhe nennen und w den Abstand von der Ausflussöffnung N bis zum Punkte, wo sie registrirt sind:

w Cm.	2 Y Cm.
25	0,022
91	0,053
182	0,16
274	0,2
340	0,244

Trotz der Ungenauigkeiten, die bei derartigen Bestimmungen unvermeidlich sind, und deren Hauptursache die nicht vollkommene Gleichheit der Röhre in ihrem ganzen Verlauf ist, kann ich doch hieraus mit ziemlicher Genauigkeit entnehmen, dass die Höhe einer Schliessungswelle sich verhält, wie der Abstand von der Beobachtungsstelle zum geschlossenen Ende N. Wenn k einen gewissen Coefficienten vorstellt, so ist also $Y = k\,w$.

Ich will jetzt den Werth von k zu bestimmen suchen.

Die in folgender Berechnung gebrauchten Buchstaben sollen dieselbe Bedeutung haben, wie auf Seite 36 ff.

Dieser Berechnung liegt die Hypothese zu Grunde, dass die lebendige Kraft, welche die Flüssigkeitssäule M N z. B. in der Richtung von N nach M besitzt, verbraucht wird durch die zur Ausdehnung der ganzen Röhre erforderliche Arbeit. Die totale Ausdehnung Y des Durchmessers der Röhre ist also in dem Augenblick erreicht, wo die lebendige Kraft verbraucht ist.

Suchen wir die Arbeit, erzeugt durch einen Elementarring der Röhre in der Entfernung w von N, und dessen Radius sich von R zu $R + y$ ausdehnt.

In den Formeln auf S. 42 muss nun die Länge des Stückchens Kautschukröhre L durch die Länge $\delta\,w$ des Elementarringes ersetzt werden; wir erhalten dann:

$$z = \frac{\delta\,w}{2\,R}\,y \quad \text{und}$$

$$R^2\,x = 2\,R\,y\,\delta w + R^2\,z \quad \text{oder}$$

$$R^2\,x = 2\,R\,y\,\delta w + R^2\,\frac{\delta w}{2\,R}\,y$$

woraus:

$$x = \frac{2,5\,y\,\delta w}{R} \quad \text{und} \quad \delta x = \frac{2,5}{R}\,\delta w\,\delta y.$$

Da hier auch R' in R verwandelt werden muss, so ergibt sich weiter:

$$P = \frac{a\,\pi\,E\,R}{2,5\,\delta w} \times \frac{2,5\,y\,\delta w}{R} = a\,\pi\,E\,y.$$

Die durch den Elementarring geleistete Arbeit während der Verschiebung der Flüssigkeitssäule von x bis $x + \delta x$, ist:

$$P\, \delta x = a\, \pi\, E\, y \frac{2{,}5}{R} \delta w\, \delta y.$$

$$= \frac{2{,}5\; a\, \pi\, E}{R} \delta w .\, y\, \delta y.$$

Nennen wir $m\, V^2$ die lebendige Kraft, die die Flüssigkeit bei ihrer grössten Schnelligkeit von N nach M besitzt, so ist deren Hälfte gleich der Arbeit der ganzen Röhre bei ihrer totalen Ausdehnung; setzen wir, dass im Abstand w von der Ausflussöffnung der Radius R dabei zu $R + \frac{Y}{2}$ ausgedehnt wird, und dass die Länge der elastischen Röhre λ beträgt, so ist:

$$\tfrac{1}{2}\, m\, V^2 = \int_0^{\lambda} \delta w \int_0^{\frac{1}{2}Y} 2{,}5 \frac{a\, \pi\, E}{R} y\, \delta y$$

$$\tfrac{1}{2}\, m\, V^2 = 2{,}5 \frac{a\, \pi\, E}{R} \int_0^{\lambda} \delta w \int_0^{\frac{1}{2}Y} y\, \delta y.$$

$\int_0^{\frac{1}{2}Y} y\, \delta y = \frac{Y^2}{8}$; ersetzen wir Y durch seinen Werth $k\, w$, so ist:

$$\int_0^{\lambda} \delta w \int_0^{\frac{1}{2}Y} y\, \delta y = \frac{k^2}{8} \int_0^{\lambda} w^2\, \delta w = \frac{k^2\, \lambda^3}{24}, \text{ und}$$

$$\tfrac{1}{2}\, m\, V^2 = \frac{2{,}5}{24} \times \frac{a\, \pi\, E\, \lambda^3}{R} k^2.$$

Hieraus folgt:

$$k = \sqrt{\frac{12\, m\, R}{2{,}5\, a\, \pi\, E\, \lambda^3}}.\; V.$$

Ersetzen wir m durch seinen Werth $\frac{\pi\, R^2\, \lambda\, \Delta}{g}$, so ist:

$$k = \sqrt{\frac{3}{5\, g}} \sqrt{\frac{8\, R^3\, \Delta}{a\, E\, \lambda^2}}.\; V.$$

Ersetzen wir R durch $\frac{d}{2}$; multipliciren wir beide Glieder

der Gleichung mit $\frac{w}{d}$ und bemerken wir dass $kw = \mathrm{Y}$, so ist:

$$\frac{\mathrm{Y}}{d} = \sqrt{\frac{3}{5\,g}}\sqrt{\frac{d\,\Delta}{a\,\mathrm{E}}} \times \frac{w}{\lambda} \times \mathrm{V} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

In dieser Formel sind: Y die Ausdehnung des Diameters der Röhre d im Abstand w von der Ausflussöffnung N, a die Wanddicke der Röhre, λ die Länge der Röhre, alle in Cm. ausgedrückt; Δ das Gewicht in Gr. für 1 c. Cm. der Flüssigkeit, $g = 980{,}88$ Cm., E der Elasticitätscoefficient in Gr. per 1 □ Cm. Oberfläche; V eine Länge in Cm. dergestalt gewählt, dass $m\,\mathrm{V}^2$ gleich der lebendigen Kraft aller Wassertheilchen in der Röhre ist.

Die Eigenschaften der Schliessungsschwingungen hinsichtlich ihrer Höhe sind also die folgenden:

1⁰. Die Höhe wird geringer jenachdem w abnimmt; m. a. W. je mehr sie sich der Ausflussöffnung N nähert; sie verhält sich wie der Abstand von N; diese Eigenschaft wurde experimentell bestimmt, sieh Seite 60; und bei der Berechnung von $\frac{\mathrm{Y}}{d}$ vorangestellt. Jede Schliessungswelle hat also ihre max. Höhe an der Einflussöffnung.

2⁰. Die Höhe der Schliessungswellen wird grösser, jenachdem die lebendige Kraft der Flüssigkeitssäule bei ihrer Hin- und Herschwankung zunimmt; darum ist die 1ste Schliessungswelle am höchsten und wird sie vergrössert, wenn c a e t. p a r. die Geschwindigkeit der Wassertheilchen zunimmt: z. B. wenn H—h grösser wird. Dies widerspricht der Behauptung LANDOIS', dass die Niveauhöhe H keinen Einfluss auf die Höhe der Wellen hätte; (sieh seine von mir schon auf S. 35 citirten Worte). Auch wird die Schliessungswelle höher, wenn die primäre Erhebung grösser wird.

3⁰. Die relative Höhe der Schliessungswellen verhält sich wie die Quadratwurzel aus dem Durchmesser der Röhre.

4⁰. Sie verhält sich, wie die Quadratwurzel aus dem specifischen Gewichte der Flüssigkeit $\triangle$.

5⁰. Sie verhält sich umgekehrt wie die Quadratwurzel aus der Wanddicke *a*.

6⁰. Sie verhält sich umgekehrt wie die Quadratwurzel aus dem Elasticitätscoefficienten der Röhrenwand E.

7⁰. Beim Steigen der Niveauhöhe *h* nimmt *d* zu und *a* ab. Ist nun E bei verschiedenen Werthen von h constant (wie bei Kautschukröhren, innerhalb der von mir eingehaltenen Grenzen) so nimmt die Grösse der Schliessungswellen durch Erhöhung des Niveaus h caet. par. etwas zu. Ist der Coefficient E nicht constant, sondern nimmt er bei Steigerung von h stark zu (wie bei Darmröhren und Arterien), sodass der dabei verkleinernde Einfluss von E den vergrössernden Einfluss von *d* und *a* weit übertrifft, so wird die Wellenhöhe bei zunehmender Niveauhöhe h kleiner. — In dem einen Falle wird also durch Steigung der Niveauhöhe die Wellenhöhe vermehrt, im andern Falle vermindert.

Alle diese Eigenschaften sind auch hier nur dann völlig wahr, wenn die Röhren dünne Wände haben.

§ 3. Ueber die Ursache und die Gestalt der Schliessungswellen in einer einzigen elastischen Röhre MN.

Im Augenblick, wo der Krahn M geschlossen wird, besitzt die Flüssigkeitssäule in der Röhre eine gewisse Geschwindigkeit in der Richtung von M nach N. Zufolge der Trägheit bewegt sie sich noch weiter, und auch der von der Tension der Wand abhängige Druck treibt sie anfänglich in der Richtung nach N, und also aus der Röhre. Der Inhalt der Röhre wird dadurch kleiner und das Lumen verengt sich über die ganze Länge der Röhre, am stärksten aber bei M. Wirken auf die Wassersäule keine äusseren Kräfte, ist z. B. die Röhrenwand so schlaff, dass bei ihrem Zusammenfallen keine Tension in der Wand erregt wird (z. B. eine Darmröhre) und ist obendrein kein Druck im Reservoir, $h = 0$, so entleert sich die Röhre nach und nach. Ist jedoch die Niveauhöhe im Reservoir $h > 0$, oder entwickeln sich (wie dies in einer elastischen Röhre stattfindet, deren Lumen im Ruhezustande rund ist) beim Zusammenfallen der Röhrenwand Tensionen, die der Röhre ihre primitive Gestalt wieder zu geben suchen, oder sind beide Bedingungen erfüllt, so sind die Erscheinungen ganz anders. Die Resultirende dieser Kräfte ist eine Kraft in der Richtung von N nach M: also gleichsam eine Adspiration, die in M auf die Wassersäule M N wirkt. Diese Adspiration vernichtet allmählich die lebendige Kraft der Flüssigkeitssäule und bringt diese zur Ruhe. Aber dabei bleibt es nicht: sie bewegt die Flüssigkeit mit zunehmender Geschwindigkeit nach M zurück. Die Röhre wird dadurch wieder gefüllt und die Röhrenwand also wieder ausgedehnt; der dabei auftretende, stets zunehmende Druck der Röhre hemmt allmählich die Geschwindigkeit der Flüssigkeitssäule, die sich in der Richtung von N nach M bewegt, vernichtet sie, und treibt das Wasser zum zweiten Male nach N.

Es ergeben sich auf diese Weise hin und her schwankende Flüssigkeitsschwingungen, die Analoga der Schliessungsschwingungen in einer Metallröhre, an deren Einflussöffnung ein elastischer Factor eingefügt ist, aber diese Schwingungen haben, wie wir auf Seite 32 sahen, hier den Character von Wellen.

Um die Schliessungswellen zu erzeugen, muss das Ende N der Röhre o f f e n sein. Landois hat dies auch schon beobachtet: wenn der Ausflusskrahn mehr und mehr verengert wurde, sah er sie abnehmen und allmählich verschwinden.

Die Wellen, die MAREY (Physiol. expér., 1875) erhalten hat, sind keine Schliessungswellen und entsprechen also nicht den Gesetzen, welche ich für diese Wellen gefunden, denn die Röhren waren bei MAREY's Versuchen (ausgenommen die l. c., pag. 110 erwähnten) am Ende N geschlossen, und haben also mit Schliessungswellen nichts zu schaffen.

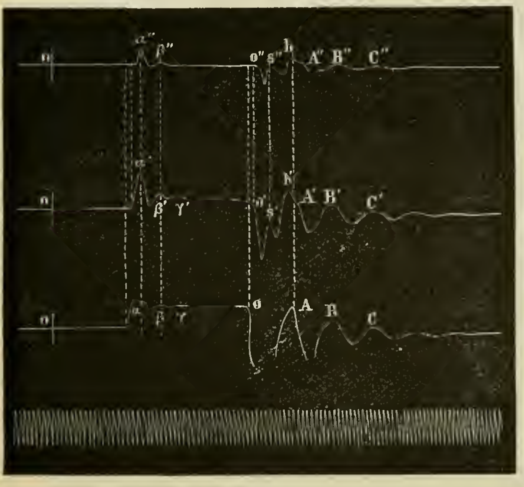

Fig. 15.

Die Erklärung, die LANDOIS vom Entstehen der Schliessungswellen, (seiner „Rückstosselevationen") gibt, ist eine ganz andere als die meinige. Er sagt (l. c., S. 110): „Die Ursache für das Auftreten der Rückstosswellen liegt in Folgendem. Wenn die Flüssigkeit das elastische Rohr in den höchsten Grad der Ausdehnung versetzt hat, und es wird nun plötzlich das Einströmen derselben unterbrochen, so streben die elastischen Wandungen sich wieder zusammenzuziehen und das Lumen der Röhre wieder zu verengern. Diese der ausdehnenden Kraft der Flüssigkeit entgegengesetzte Bewegung beginnt am offenen Ende der Röhre, weil hier das sofort abfliessende Wasser am allerwenigsten Widerstand bereitet. Die Contraction der elastischen Röhrenwandung bringt das Wasser zum Ausweichen: an der Peripherie kann es ungehindert ausfliessen, — gegen die centrale Verschlussstelle aber geworfen, prallt es hier ab. Durch das Anprallen wird eine positive

Welle erregt und diese läuft nun ihrerseits wieder von der Verschlussstelle an durch das ganze Rohr bis zum Ende desselben."

„Diese der ausdehnenden Kraft der Flüssigkeit entgegengesetzte Bewegung", m. a. W. das Zusammenfallen der Röhre nach dem Schliessen des Krahnes M, müsste sich also nach LANDOIS zuerst an der Ausflussöffnung N zeigen. Dies ist unrichtig, wie a priori zu erwarten war, und zum Ueberfluss aus allen meinen Versuchen hervorgeht: das Zusammenfallen oder Einschrumpfen der Röhre beginnt im Gegentheil an der geschlossenen Einflussöffnung M, und schreitet von dort über die ganze Röhre fort; sieh dazu Fig. 15. Es ist dies dieselbe wie Fig. 12 auf Seite 31; dort findet sich die Beschreibung der Art und Weise, wie dieses Tracé erzielt ist. Hieraus erhellt, dass die Anfang der Senkung o zuerst bei M stattfindet. Ferner liegt in den soeben angeführten Worten „die Contraction der elastischen Röhrenwandung bringt das Wasser zum Ausweichen: an der Peripherie kann es ungehindert ausfliessen, — gegen die centrale Verschlussstelle aber geworfen, prallt es hier ab" die Schlussfolgerung, dass der Druck der Wand gleichzeitig einmal einen Theil des Inhalts aus der offenen Ausflussöffnung N treibt, und zugleich einen andern Theil desselben nach M zurücktreibt, welcher dann dagegen „anprallen" sollte, um als „Rückstosswelle" von dort wieder „abzuprallen". Diese Vorstellung ist unrichtig: im Gegentheil bewegen sich alle Wassertheilchen der Säule M N abwechselnd, bald nach N (und dann fliesst Wasser aus der Röhre) bald wieder nach M, da, wie ich oben sagte, die Resultirende der äussern Kräfte, die auf die Wassersäule einwirken, abwechselnd bald die Richtung von M nach N, bald wieder von N nach M hat.

Diese Schliessungswellen entstehen ebenfalls, und zwar mit derselben Schwingungsdauer, wenn der Krahn geöffnet und unmittelbar darauf geschlossen wird, sodass nur eine geringe Flüssigkeitsmenge in die Röhre geflossen ist. Hieraus entsteht eine Bewegung nach N von allen Wassertheilchen der Reihe nach, sowohl durch das Einströmen der Flüssigkeit, als auch durch die dadurch entstandene positive Welle. Diese Welle (primäre Erhebung) verläuft von M nach N durch die Röhre; nach T Secunden folgt ihr der erste Schliessungsgipfel, nach 2 T Secunden der zweite u. s. w.

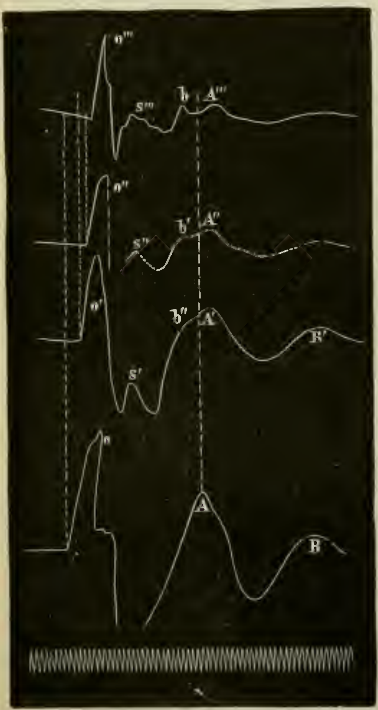

Fig. 16.

Ebenso wie der Anfang der Senkung, schreiten diese Gipfel mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses über die Röhre dahin: es ist also eine fortschreitende Wellenbewegung.

Das Tracé von Fig. 16 ist erzielt durch das Oeffnen und sofortige Schliessen des Krahnes M bei einer Kautschukröhre von 670 Cm. Länge, 1,57 Cm. Durchmesser, 0,25 Cm. Wanddicke. In diesem Tracé ist Curve I erhalten unweit M, Curve II auf 300 Cm. Abstand von M, Curve III auf 450 Cm. von M, und Curve IV auf 620 Cm. von M; o o′ o″ o‴ ist die primäre Erhebung; die andern Buchstaben haben dieselbe Bedeutung wie in Fig. 12, sieh Seite 31.

Auch hier müssen wir an WEBER's Grundsätzen festhalten und Strombewegung von der gleichzeitig auftretenden Wellenbewegung unterscheiden. Auch hier sind die Bedingungen für beide Bewegungen vorhanden. „Beide Bewegungen", so schrieb WEBER (Ber. d. G. d. Wiss. z. Leipzig, 1850, S. 167), „entstehen vermöge des mangelnden Gleichgewichts. Aber bei dem Strömen ist das Gleichgewicht gleichzeitig zwischen allen Theilen der strömenden Flüssigkeit aufgehoben .... Bei der Wellenbewegung dagegen findet eine Störung des Gleichgewichts nur in einem Theile der Flüssigkeit statt".

Diese Wellenbewegung complicirt jedoch die Erscheinungen beim Schliessen des Krahns M in hohem Grade.

Ist die Flüssigkeit in einer elastischen Röhre in Ruhe, und schreitet dann eine Welle über die Röhre hin, so will ich, um die von den Wassertheilchen dabei beschriebenen Bahnen kennen zu lernen, das allgemeine Schema, das die Gebrüder WEBER von der fortschreitenden Wellenbewegung gegeben haben, auf diesen Fall anwenden.

Jedes Wassertheilchen wird in diesem Falle in einer Ebene schwingen, die durch die Achse der elastischen Röhre M N geht. Jedes Wassertheilchen wird einmal seine Laufbahn (eine Curve von elliptischer Form, die in der erwähnten Ebene liegt) zurücklegen in der Zeit, während eine ganze Welle über den betrachteten Punkt der Röhre hinläuft. Die langen Achsen i k sind der Achse der Röhre M N parallel. Die kurzen Achsen f g stehn senkrecht zu derselben. In demselben Durchschnitt sind die langen Achsen der Laufbahnen aller Wassertheilchen gleich; die kurzen Achsen sind null für die im Centrum M N liegenden Wassertheilchen, und sind um so grösser, je mehr das Wassertheilchen sich der Röhrenwand W nähert.

Die Bewegung eines jeden Wassertheilchens auf seiner elliptischen Bahn ist so, dass es sich in grösserer Entfernung von der Achse der Röhre befindet, wenn es sich in derselben Richtung bewegt, in welcher die Wellen über die Röhre fortschreiten, (sieh die Pfeile in der Figur), und dass es sich dagegen in kürzerer Entfernung von der Achse befindet, wenn es sich den Wellen entgegengesetzt bewegt.

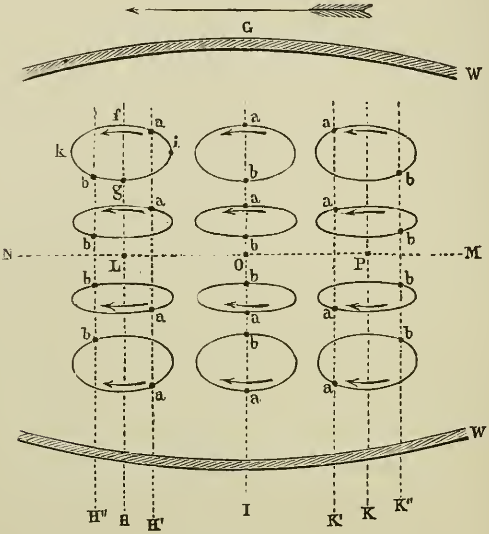

Fig. 17.

In demselben Augenblick befinden sich alle Wassertheilchen eines nämlichen Querschnitts der Wassersäule in entsprechenden Punkten ihrer Laufbahnen, m. a. W. in gleichen Entfernungen von den kurzen Achsen, sodass sich jeder Durchschnitt bei den Schwingungen hin und her bewegt, ohne die flache Form einzubüssen.

Wenn an einen gewissen Punkt der Röhre ein Wellengipfel gelangt ist, so befinden sich die Wassertheilchen dieses Durchschnitts auf den peripherischen Enden der kurzen Achsen; ist es ein Wellenthal, so befinden sie sich auf den centralen Enden. So ist z. B. auf dem Durchschnitt I ein Wellengipfel G, wenn die Wassertheilchen dieser Ebene den Stand a a a a eingenommen haben, und ein Wellenthal, wenn sie sich in b b b b befinden. Befindet sich auf einem Durchschnitt die Mitte zwischen einem Wellengipfel und einem Wellenthale, so liegen die Wassertheilchen jenes Durchschnitts auf einem der Enden der langen Achsen.

Von einem Durchschnitt H, der im Ruhezustande näher der Ausflussöffnung liegt (als z. B. I), sind die Wassertheilchen weniger weit auf ihren Bahnen vorgeschritten, und von einem Durchschnitt K, der näher der Einflussöffnung liegt, sind sie weiter auf ihrer Bahn vorgeschritten, (als z. B. in I).

Demzufolge bewegen alle Wassertheilchen eines selben Querschnitts sich in der Richtung der Fortschreitung der Wellen, wenn der positive Theil einer Welle über den Querschnitt hinläuft, aber in entgegengesetzter Richtung während des negativen Theils.

Bei diesen Wellen machen also alle Durchschnitte der Wassersäule in der elastischen Röhre nach einander, anfangend bei M, eine Reihe von Schwingungen hin und her.

Um nun zu zeigen, dass unter solchen Verhältnissen wirklich ein Wellengipfel auf einem gewissen Durchschnitt, z. B. I, erscheinen muss, wenn dessen Wassertheilchen sich auf den peripherischen Enden der kurzen Achsen a a a a befinden, wollen wir ausser diesem Durchschnitt noch zwei andere Durchschnitte betrachten, die in kleinen und gleichen Entfernungen, L O = O P, von I liegen: die Durchschnitte H und K, ersterer hinter, letzterer vor I gelegen. Die Wassertheilchen von K und also dieser ganze Durchschnitt ist in diesem Augenblick weiter auf seiner Bahn vorangeschritten; z. B. in K'; er liegt also dem Durchschnitt I näher, als bei seinem Ruhezustande K. Die Wassertheilchen von H und also dieser ganze Durchschnitt bleibt in seinen Schwingungen gegen I zurück, er liegt z. B. in H′; der Abstand von diesem bis I ist also gleichfalls kleiner, als bei seinem Ruhezustand H. Das Wasservolum, dass sich in Ruhe zwischen den Durchschnitten H und K befand, ist nun zwischen den Ebenen H′ und K′ zusammengedrängt, und da die Flüssigkeit nicht zusammendrückbar ist, so muss der Durchschnitt zwischen H′ und K′ vergrössert sein, m. a. W. die Röhre wird an dieser Stelle geschwollen sein. Diese Anschwellung ist maximal für den Durchschnitt I; in dem gegebenen Moment ist also auf I ein Wellengipfel. Etwas nachher, wenn die Wassertheilchen der Ebene H′ an die peripherischen Enden ihrer kurzen Achsen gekommen sind, und also die Ebene H′ wieder in H steht, ist der Wellengipfel über den Abstand O L fortgeschritten, und befindet sich in H.

Sind die Wassertheilchen von I auf den *centralen* Enden ihrer kurzen Achsen b b b b, so sind die Wassertheilchen von K wieder weiter auf ihrer Bahn vorgeschritten, und zwar die von H nicht so weit als die Theilchen von I; diese Ebenen liegen also jetzt, wie aus der Figur erhellt, weiter von I, z. B. in K″ und H″. Der Wassercylinder zwischen K und H hat also jetzt eine grössere Länge, und sein Durchschnitt ist also geringer. Diese Einsenkung ist maximal für die Ebene I: in diesem Augenblick befindet sich also auf I ein Wellenthal.

Die in der Achse M N der Röhre liegenden Wassertheilchen beschreiben dabei natürlich nur geradlinige Pendelbewegungen; *in der Richtung* von M nach N, wenn der *positive* Theil der Welle über diesen Punkt hinläuft; in *entgegengesetzter Richtung* während des *negativen* Theils.

Dies ist die Weise, worauf sich die Wassertheilchen in Röhren bei fortschreitenden Wellen bewegen. Nur muss ich hier noch hinzufügen, dass die Bahnen, die sie beschreiben, nur dann geschlossene Curven darstellen, wenn die Grösse der Wellen nicht wechselt; aber zufolge der Ad-, Cohaesion und anderer Kräfte nimmt die Grösse stets ab, und die Wassertheilchen beschreiben also eigentlich offene Curven, die in Gestalt ziemlich Spiralen gleichkommen werden.

Fliesst nun die Flüssigkeit in einer Röhre, wodurch eine Welle hinläuft, noch fort, so beschreiben die Wassertheilchen eine combinirte Bewegung. Ist es eine continuirliche Strömungsbewegung, so werden die Ellipsen cycloidische Linien, während besonders die in der Röhrenachse liegenden Wassertheilchen eine zwar geradlinige, aber periodisch beschleunigte und verlangsamte Bewegung besitzen werden.

Wird eine primäre Welle durch Oeffnen und sofortiges Schliessen des Krahnes M dargestellt, so werden die von der dabei auftretenden Pulswelle abhängigen elliptischen Bahnen successive über eine gewisse Länge nach N verlegt, und diese Länge hängt von dem Wasservolum ab, das während des Offenstehens des Krahnes in die Röhre strömte.

Noch verwickelter wird die Sache, wenn auf der Röhre mehr als eine fortschreitende Welle gleichzeitig vorkommen, wie dies bei unsern Schliessungswellen der Fall ist. Diese aber entstehen in M und verlaufen nach dem offnen Ende N. Marey behauptet, dass die Welle dort verloren gehe; „si le tube", sagt er (Phys. exp., 1875, p. 111) „est largement ouvert. . . . il ne se produit pas d'onde réfléchie." Dies ist unrichtig: ebenso wie eine Welle vom geschlossenen Ende einer Röhre zurückgeworfen wird, so prallt sie auch am offenen Ende zurück. Die Erscheinungen sind jedoch unter diesen beiden Umständen verschieden; denn das Zurückprallen einer Welle am geschlossenen Ende einer Röhre findet mit derselben Phase, dagegen am offnen Ende mit einer Differenz von einer halben Phase statt, sodass im selben Augenblick, wo z. B. ein positiver Wellengipfel am offnen

Ende N ankommt, ein negativer Wellengipfel von N nach M zurückzuschreiten anfängt. Umgekehrt prallt eine negative Welle von diesem offnen Ende N als eine positive Welle zurück. Die Reflection der fortschreitenden Wasserwellen entspricht also der einer fortschreitenden Luftwelle an dem geschlossenen oder geöffneten Ende einer Orgelpfeife.

Die am offnen Ende reflectirten Wellen verlaufen also nach M zurück, aber hier stossen sie nun auf ein geschlossenes Ende, von dem sie wieder, und jetzt mit dieselben Phase zurückgeworfen werden, um darauf wieder nach N zu verlaufen. — Dadurch begreift es sich, wie sehr die von den Wassertheilchen in der Röhre beschriebenen Bahnen durch diese hin und her laufenden Wellen geändert werden, und wie die Wellen selbst ihre Gestalt wechseln.

Aus Fig. 16 ergibt sich, dass wirklich Wellen von dem offnen Ende N der Röhre an nach M verlaufen. Diese Curven sind erhalten mittels einer Kautschukröhre von der Länge $\lambda = 670$ Cm.; dem Diam. $d = 1{,}57$ Cm.; der Wanddicke $a = 0{,}25$ Cm. Curve I ist erzielt durch eine bei der Einflussöffnung M angebrachte Lufttrommel, in Curve II ist die Lufttrommel 300 Cm. entfernt von M; in Curve III ist eine Lufttrommel auf 450 Cm. von M; in Curve IV befindet sie sich auf 650 Cm. von M, also 20 Cm. von dem offenen Ende der Röhre N.

Bei o wird der Krahn M geschlossen; dieser Punkt o läuft also von M nach N über die Röhre (o, o′, o″, o‴). Nach T Secunden, in diesem Falle 42 einzelne Stimmgabelschwingungen, jede von $\frac{1}{20}$ Secunde, also nach 2,1 Sec. folgt diesem Punkt o der erste Schliessungsgipfel, der mit derselben Geschwindigkeit nach N verläuft: A, A′, A″, A‴ .... u. s. w. Die durch die Buchstaben b, b′, b″ angedeutete Welle entsteht in N, verläuft von dort in der Richtung von N nach M, und reflectirt hier in demselben Augenblick, wo in M der erste Schliessungsgipfel A entsteht.

Die Höhe der Schliessungswellen nimmt in ihrem Verlauf von M nach N ab, und ist an der Ausflussöffnung kaum mehr zu bemerken. Was ist davon die Ursache? Natürlich dies, dass, wenn am offenen Ende z. B. eine positive Welle ankommt, sich gleichzeitig die reflectirte und also negative Welle entwickelt, die in entgegengesetzter Richtung verläuft. Ist nun von dieser positiven Welle der Gipfel selbst in N gekommen, so ist in demselben Augenblicke das Wellenthal der reflectirten Welle in N: es ist also einleuchtend, warum die Höhe der Wellen, wenn sie in N gekommen sind, so beträchtlich vermindert ist.

Im V Kap. werde ich zeigen, dass bei den von M nach N fortschreitenden Schliessungswellen in einer elastischen Röhre nur ungefahr $\frac{1}{4}$ von der Wellenlänge gleichzeitig auf dieser Röhre vorhanden ist. Bei den von M nach N fortschreitenden Wellen sind also die Wassertheilchen in M denen in N ungefähr eine Viertelphase voraus; aber von der bei N zurückgeworfenen und nach M verlaufenden Welle sind natürlich die Wassertheilchen in M eine Viertelphase gegen die in N zurück. Eine Welle, die am offnen Ende N ankommt, differirt überdiess um eine halbe Phase mit der hier reflectirten Welle, wie wir oben sahen. Diese von N nach M laufende Welle reflectirt wieder in M, aber jetzt mit derselben Phase. Die verschiedenen Bewegungen, die jedes Wassertheilchen dadurch erfährt, combiniren sich. Aus dem hier und früher Mitgetheilten lässt sich entnehmen, dass die aus diesen Bewegungen resultirenden Ellipsen in M grosse vertikale Achsen f g, und kleine horizontale Achsen k i besitzen werden (sieh Fig. 17); dass im weitern Verlauf der Röhre die vertikalen Achsen stets ab-, und die horizontalen stets zunehmen werden. Daher haben die Bahnen in N sehr kleine verticale Achsen f g, und sehr grosse horizontale Achsen k i (Fig. 17), und dies ist der Grund, warum die Höhe der

Wellen stets kleiner wird, je näher dem offnen Ende N sie registrirt werden. Dies fand Marey ebenfalls: „si le tube est largement ouvert", so schreibt er (l. c., 1875, p. 111) „on observe les phénomènes suivants: .... l'onde va diminuant sans cesse jusqú'à l'extrémité du tube".

Die Tracé's in Fig. 15 und 16 drücken nicht genau das relative Verhältniss der Wellenhöhen aus, weil die Ausschläge der benutzten Cardiographen untereinder nicht im Verhältniss zur Ausdehnung des Röhrendurchmessers stehen. Hierzu vergleiche man meine auf Seite 60 erwähnte Tabelle. Daraus erhellt, dass die Höhe der Wellen in irgend einem Punkte der Röhre sich beinahe vollkommen verhält wie die Entfernung von N zu diesem Punkte; in N selbst ist diese Höhe also so gut wie null.

Auch Marey beobachtete in einer offnen Röhre die Abnahme der Höhe der fortschreitenden Wellen, aber er gibt keine Erklärung davon, und läugnet die Reflection am offnen Ende, in der doch, wie wir gesehen, die eigentliche Erklärung der Erscheinung zu suchen ist. In seiner Phys. expér. 1875, p. 111. sagt er: „Si le tube est largement ouvert, on observe les phénomènes suivants: 1°. Il ne se produit pas d'onde réfléchie; 2°. L'intensité de l'onde va diminuant sans cesse jusqu'à l'extrémité du tube."

Rive (De Sphygmograaf, 1866, Seite 62, Fig 17 und 18) hat eine elastische Röhre an einem Ende registrirt und dort eine kurze positive Welle erregt. War das andere Ende der Röhre geschlossen, so reflectirte die Welle an demselben, und kehrte als positive Welle zurück; war jenes Ende geöffnet, so reflectirte die positive Welle gleichfalls, aber jetzt als negative Welle. Rive hat also wirklich Reflection am offnen Ende einer Röhre beobachtet, ist aber nicht tiefer in die Frage eingedrungen, und hat nicht erforscht, wie sich die übrigen Punkte im weiteren Verlauf der Röhre dabei verhalten.

Oben sagte ich, dass die erste Schliessungswelle A in M entsteht in dem Augenblicke, wo die von N nach M verlaufende Welle b b′ b″ in M angekommen ist (sieh Fig. 15 und 16). Es ist also, alsob die 1ste Schliessungswelle A eine Reflectionswelle von b b′ b″ sei. In Wirklichkeit is dem so nicht. Allerdings wird die Welle b b′ b″ in M zurück geworfen, und verläuft diese reflectirte Welle zugleich mit der ersten Schliessungswelle nach N (und übt auf deren Form einen gewissen Einfluss aus), aber die 1ste Schliessungswelle selbst ist sie nicht. In günstigen Fällen ist es sogar möglich, die 1ste Schliessungswelle ganz von der in M reflectirten Welle gesondert zu erzeugen.

Wird in einer schlaffen, im Ruhezustande zusammenfallenden elastischen Röhre der Einflusskrahn M plötzlich geschlossen, so fallen (von M an) nach einander alle Cardio-

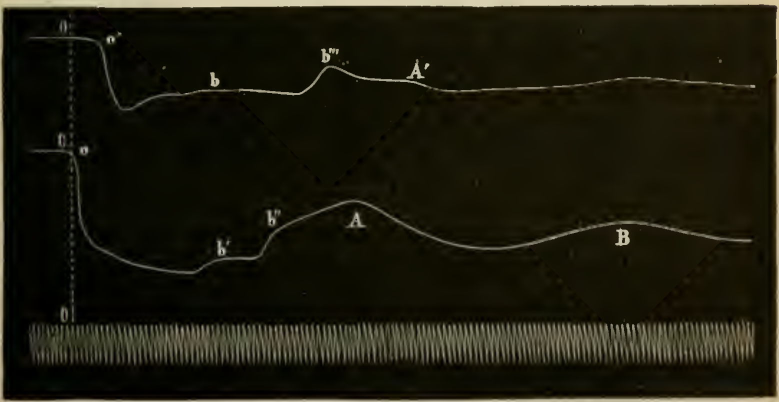

Fig. 18.

graphen über die ganze Röhre o o′ o″; sieh Fig. 18, in welcher die Curven, wie sie bei einer in Ruhe zusammenfallenden elastischen Röhre von 835 Cm. Länge sich ergaben, wiedergegeben sind; die untere bei einer Entfernung von der Lufttrommel zu M von 235 Cm., die obere bei 685 Cm.

Bald nach dem Eintreten der Senkung beginnt die Flüssigkeit aus dem Reservoir (h = 20 Cm.) in die Röhre zurück zu strömen. Jeder plötzliche Stromwechsel aber wird von Wellenbewegung begleitet. Dadurch entsteht die von N nach M zurückkehrende Welle b, b′ und diese Welle wird bei der Ankunft am geschlossenen Ende M von dort zurückgeworfen; sie kehrt also als b″, b‴ nach N zurück.

Unabhängig von dieser Wellenbewegung fliesst die Flüssigkeit aus dem Reservoir immerfort in die Röhre nach M, wodurch diese allmählich gefüllt und die Röhrenwand gespannt wird. Wenn durch diese stets zunehmende Spannung die lebendige Kraft des einströmenden Wassers vernichtet ist, so treibt jene die Flüssigkeit wieder zurück nach N. Dieses Zurückströmen beginnt da, wo die Flüssigkeit zuerst zur Ruhe gebracht ist, also in M, und dies ist die erste Schliessungswelle, die von M nach N verläuft (A, A′). Diese Schliessungswelle entsteht also spontan in M, und hat mit der von N herstammenden und in M reflectirten Welle nichts gemein.

Bei den Schliessungswellen in einem System von verzweigten elastischen Röhren (worüber im VII Kapitel) wird es sich noch deutlicher zeigen, dass die zurückkehrende und auf M reflectirte Welle die Schliessungswelle nicht ist, und überhaupt nichts mit derselben zu schaffen hat.

Anmerkung I. Es ist deutlich, dass durch das Auftreten der auf N reflectirten Wellen, die Form und der Charakter der Schliessungswellen beeinflusst werden. Während nämlich der in M entstehende und von da nach N verlaufende erste Schliessungsgipfel A leicht von der von N kommenden Welle getrennt werden kann, so ist dies bei den folgenden Schliessungswellen nicht mehr wohl möglich, da die in der Röhre gleichzeitig anwesenden Wellen dann schon mehr verschmolzen sind. Der Character der Fortschreitung, der bei der 1sten Schliessungswelle so deutlich hervortritt, ist hierdurch bei den folgenden Schliessungswellen viel undeutlicher geworden, oder sogar ganz verwischt.

Soweit lassen sich die Erscheinungen erklären, wenn man die von den Gebrüdern WEBER gegebenen Betrachtungen über die Wellenbewegung überhaupt auf die in elastischen Röhren auftretenden Wellen anwendet.

Aber ausser den bis jetzt besprochenen Wellen zeigt sich in gewöhnlichen elastischen Röhren mit rundem Lumen noch ein Wellengipfel, der zwischen dem Anfang der Senkung (oder der primären Erhebung, wenn der Krahn M nur sehr kurz offen gestanden hat, wie in Fig. 17) o, und dem ersten Schliessungsgipfel A gelegen ist: nämlich der kleinere Wellengipfel s′, s″, s‴ in Fig. 15 und 16. Dieser läuft, wie Fig. 16 deutlich zeigt, gleich den Schliessungswellen und mit derselben Geschwindigkeit wie diese von M nach N. Wie entsteht diese Welle?

Ich glaube dieselbe folgendermassen erklären zu müssen. Da die Adspiration nach dem Schliessen des Krahnes zuerst in M auftritt, so kommen die nahe bei M gelegenen Wassertheilchen schon zum Stillstand, wenn die weiter in der Röhre liegenden Wassertheilchen noch in der Richtung von M nach N sich fortbewegen. Diese näher bei M gelegenen Wassertheilchen können also schon nach M zurückgeführt werden, ehe alle Theilchen, die sich von M nach N bewegen, zum Stillstand gebracht sind. In M angekommen, erzeugen sie hier eine Welle, die von M nach N verläuft.

Derartige Wellen können natürlich auch in geschlossenen Röhren entstehen. MAREY hat sie denn auch in solchen wahrgenommen (Phys. expér., 1875) und als „ondes secondaires" beschrieben.

Es sind wahrscheinlich die von N nach M zurückkehrenden und die secundären Wellen zusammen, die von LANDOIS mit dem Namen „Katakrotische Elasticitätselevationen" bezeichnet sind.

Sollen die in diesem Kap. gefundenen Gesetze auf elastische Röhren anwendbar sein, so müssen diese der den Berechnungen zu Grunde gelegten Bedingung entsprechen (sieh Seite 37); ihre Wanddicke muss also im Verhältniss zum Durchmesser klein sein.

In Röhren mit dicken Wänden wird durch die Ausdehnung eine andere und nicht ganz bekannte Vertheilung der Tensionen bedingt, und demnach gelten die hier mitgetheilten Resultate nur für elastische Röhren mit d ü n n e n Wänden.

FÜNFTES KAPITEL.

UEBER DIE FORTPFLANZUNGSGESCHWINDIGKEIT DES PULSES.

§ 1. Historische Uebersicht.

WEBER, VOLKMANN, DONDERS, LUDWIG, RIVE und MAREY sind es hauptsächlich, welche sich mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses Vp beschäftigt haben, aber ihre Untersuchungen haben keineswegs zu übereinstimmenden Resultaten geführt. Wir wollen ihre Meinungen gruppiren nach jenen Factoren, welche die Fortpflanzungsgeschwindigkeit beeinflussen sollen. Daraus wird sich ergeben, wie wenig Positives über diese Factoren bekannt heissen darf.

Beginnen wir mit dem Einfluss, den die Tension der Flüssigkeit auf die Pulsgeschwindigkeit in einer elastischen Röhre ausübt. E. WEBER (Ber. des Sächs. Gesellsch. d. Wissensch., 1850) benutzte bei seinen Versuchen eine Röhre von vulcanisirtem Kautschuk mit einem inneren Durchmesser von 2,75 Cm., und einer Wanddicke von 0,4 Cm., und bestimmte die Pulsgeschwindigkeit in dieser Röhre bei einem Druck h von 0,8 und 350 Cm. Er fand bei dem geringsten Druck Vp = 1280 und beim höchsten Vp = 1141 Cm. per Sec. Die Abnahme der Pulsgeschwindigkeit bei steigendem Druck war also sehr gering. Bei dem Druck von 350 Cm. war der Durchmesser um 0,154 seiner primitiven Länge vergrössert.

DONDERS (Phys. d. Menschen, 1859, S. 59) findet bei verschiedenem Druck in derselben Röhre keinen Unterschied von Vp. Wahrscheinlich jedoch ist D. später von dieser Ansicht zurückgekommen, denn RIVE (De Sphygmograaf en de sphygmogr. curve, 1866, blz. 55—58), der unter DONDERS' Leitung arbeitete, erwähnt einige Versuche, die in demselben Sinne ausfallen, wie die WEBER's. RIVE findet aber viel grössere Unterschiede. In einer elastischen Röhre von einem Durchmesser = 0,94 Cm. und einer Wanddicke = 0,16 Cm. sah er bei einem Druck, der von 0 bis 480 Cm. steigt [1]), die Pulsgeschwindigkeit bei steigendem Druck fortwährend merklich abnehmen. Wenn h = 0 ist, so findet RIVE Vp = 1769,1 Cm.; wenn h = 408 Cm., so ist Vp bis auf 1238,4 Cm. gesunken. Der Durchmesser war bei diesem Druck um 0,35 seiner primitiven Länge angewachsen. — In einer andern Röhre, deren Diam. = 0,45 Cm. und Wanddicke = 0,1 Cm., findet er bei h = 0 eine Pulsgeschwindigkeit von 1391,6 Cm. per Sec., und bei h = 408 Cm. (Wasser) wurde Vp = 850,4 Cm. per Sec. gefunden. In diesem Falle war bei dem Drucke 408 Cm. der Durchmesser um 0,18 seiner primitiven Länge vergrössert worden.

In offenem Widerspruch mit diesem Autor ist MAREY. Er sagt (l. c., p. 115): „Enfin si nous lançons dans un tube élastique une série d'ondes successives, nous pouvons constater,

---

[1]) RIVE gibt den Druck in Mm. Quecksilber an. Ich reducirte diese auf Cm. Wasserdruck: 30 × 13,6 = 408 Cm.

qu'à mesure que la tension du tube s'accroît, la vitesse du transport de l'onde s'accélère."

Ueber die Ursache des Unterschiedes in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei verschiedenem Druck äussert sich keiner von Allen. Allerdings sagt WEBER (l. c., S. 182): „Aus der Theorie ergiebt sich, dass die Geschwindigkeit der Wellen bei zunehmenden Durchmesser der Höhle caeteris paribus grösser ist als bei einem geringeren Durchmesser." Wenn das richtig wäre, so hätte WEBER bei seinen Versuchen mit der Kautschukröhre bei dem höhern Druck, wobei der Durchmesser der Röhre etwas zunahm, eine geringe Pulsbeschleuniging erwarten dürfen, und er nahm Verlangsamung wahr; während bei den Versuchen von RIVE, wo bei dem höchsten Druck eine sehr bedeutende Vergrösserung des Durchmessers seiner Röhren erfolgte, sich eine bedeutende Beschleunigung hätte ergeben müssen, wogegen jedoch eine beträchtliche Verlangsamung constatirt wurde.

Fügt man hierzu schliesslich noch WEBER's Resultate betreffs der Pulsgeschwindigkeit in einer Darmröhre, welche gerade das Gegentheil, Zunahme der Geschwindigkeit bei wachsendem Druck ergab, so erscheint es wünschenswerth, die beiden Factoren, Tension der Wand und Durchmesser der Röhre, von einander zu sondern.

Ueber den Einfluss des Durchmessers der Röhre auf die Pulsgeschwindigkeit haben andere Autoren andere Ansichten. So sagt DONDERS (l. c., S. 79): „Unsere Untersuchungen haben es wahrscheinlich gemacht, dass in Röhren von nur 2 Mm. Durchmesser die Fortpflanzung gleich schnell erfolgt, als in weiteren." Er glaubt also nicht, dass der Durchmesser der Röhre Einfluss ausübe.

MAREY hingegen schreibt (l. c., p. 101 in der Note): „Il ne faut pas oublier que cette vitesse correspond à un certain diamètre .... et que si les conditions changent, la vitesse change également." Welchen Einfluss der Durchmesser der Röhre auf die Pulsgeschwindigkeit ausüben soll, sagt MAREY jedoch nicht.

Darüber, dass der Elasticitätscoefficient der Röhrenwand die Fortpflanzungsgeschwindigkeit beeinflusst, und über die Art dieses Einflusses, ist man im Ganzen einig; was aber den Werth dieses Einflusses angeht, davon ist so gut wie nichts bekannt.

DONDERS sagt hierüber (l. c., S. 79); „Unsere Untersuchungen haben es wahrscheinlich gemacht, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit um so kleiner wird, je grösser der Elasticitätscoefficient ist." Man halte hierbei jedoch im Auge, dass DONDERS hier unter Elasticitätscoefficient nicht, wie gewöhnlich, das Gewicht versteht, das erfordert wird, um einen Körper mit der □ Einheit als Durchschnitt zum Doppelten seiner primitiven Länge auszudehnen, m. a. W. den Grad der Rigidität, sondern gerade das Gegentheil; nicht E, sondern $\frac{1}{E}$. Dies erhellt überzeugend aus DONDERS' Angaben; denn wir finden auf S. 75, (l. c.): „.... je grösser der Elasticitätscoefficient ist, d. h. je stärker dieselbe durch eine gewisse Druckzunahme ausgedehnt wird" u. s. w. — DONDERS meint also eigentlich, dass bei Zunahme des Elasticitätscoefficienten im gewöhnlichen Sinne des Wortes, bei Zunahme der Rigidität, die Pulsgeschwindigkeit grösser wird [1]). Auch RIVE bezweifelt den Einfluss von E nicht. Wo er über die Differenz der Pulsgeschwindigkeit in seinen zwei elastischen Röhren bei demselben Druck handelt, sagt er: „Dit verschil staat ongetwijfeld in verband met het verschil in elasticiteitscoëfficient." In wiefern dieser Elasticitätscoefficient

[1]) LANDOIS (Lehr vom Arterienpuls, 1862, S. 99), der dies nicht beachtet zu haben scheint, lässt DONDERS das Gegentheil sagen von dem was er meint.

die Pulsgeschwindigkeit ändern soll, darüber spricht RIVE weiter nicht.

VALENTIN (Versuch einer phys. Pathologie d. Herzens und Blutgefässe, 1866) gibt an, dass die Pulsgeschwindigkeit sich verhält, wie die Quadratwurzel aus dem Elasticitätscoefficienten der Röhrenwand. Seine Worte lauten also (l. c., S. 156): „Die Theorie der Elasticität führt zu den schon von NEWTON gefundenen Satze, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Unruhe in einem elastischen Mittel der Quadratwurzel des Quotienten des Elasticitätsmodulus und der Dichtigkeit gleicht, $\sqrt{\frac{E}{d}}$. Sie wird also auch mit diesen beiden Bedingungsgliedern in den elastischen Röhren wechseln." Für den Fall der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in elastischen Röhren stellen also in dieser Formel E den Elasticitätscoefficienten, und d das specifische Gewicht der Röhrenwand vor.

Ohne auf die Frage einzugehen, ob VALENTIN berechtigt sei, durch das Wörtchen „also" so nur ohne Weiteres das NEWTON'sche Gesetz auf die Pulsgeschwindigkeit in mit Flüssigkeit gefüllten Röhren anzuwenden, wollte ich nur constatiren, welche Art und welchen Werth VALENTIN dem Einfluss von E zuschreibt.

Bei MAREY finden wir über den Einfluss von E auf die Pulsgeschwindigkeit (l. c., p. 101): „Il ne faut pas oublier que cette vitesse" (des Pulses) „correspond.... à une certaine élasticité du tube et que si les conditions changent, la vitesse change également" und weiter auf S. 115: „quand cette pression" (des Blutes) „augmente, les artères plus tendues deviennent moins extensibles" (m. a. W. der Elasticitätscoefficient wird grösser) „et la vitesse de l'onde s'accroît." Bei Zunahme von E wird also auch nach MAREY Vp grösser.

ONIMUS und VIRY (Journ. d'Anatomie, 1866) behaupten, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses in umgekehrtem Verhältniss variirt mit dem Gewicht, der Tension und Stromgeschwindigkeit des Blutes und mit der Dehnbarkeit der Gefässwand (l. c., p. 166). Sie ziehen ihre symbolische (sieh l. c., p. 88) Formel aus dem Vergleich der Wellenbewegung in mit Flüssigkeit gefüllten elastischen Röhren mit der von gespannten Saiten (l. c., p. 88). Da VALENTIN (l. c., S. 157) aufs Deutlichste gezeigt hat, dass dieser Vergleich nicht zulässig ist, so will ich nicht weiter auf die Kritik ihrer Formel eingehen.

Ueber den Einfluss der Wanddicke finden wir bei MAREY (l. c., p. 115): „Augmentons la force élastique en substituant à un tube mince un autre tube à parois plus épaisses; nous obtiendrons une accélération du transport de l'onde.“ Bei zunehmender Wanddicke der Röhre soll also nach MAREY (ich setze natürlich voraus, dass M. unter übrigens gleichen Umständen experimentirt hat), die Geschwindigkeit zunehmen.

Hinsichtlich des specifischen Gewichtes der Flüssigkeit ist MAREY der Einzige, bei dem man über den Einfluss derselben auf Vp etwas antrifft. Auf p. 115 (l. c.) finden wir: „Pour changer la masse en mouvement, substituons du mercure à l'eau, qui était employée tout à l'heure, nous obtiendrons un ralentissement considérable du transport de l'onde.“ Und aus dem entsprechenden Tracé auf p. 114 kann man das Verhältniss dieser Geschwindigkeiten zu einander bestimmen. Als die Röhre mit Wasser gefüllt war, wurde ein gewisser Abstand auf der Röhre von I bis VI vom Pulsgipfel in 10,5 einzelnen Zeitschwingungen (dunkle Linie) durchlaufen; während derselbe Abstand in 36,5 derselben Schwingungen durchlaufen wurde, wenn die Röhre mit Quecksilber gefüllt war (punktirte Linie). Das Verhältniss der Geschwindigkeiten ist natürlich umgekehrt wie die Zeit, die die Wellengipfel gebraucht haben, um denselben Abstand zu durchlaufen; so steht denn nach dem photographischen Tracé von MAREY:

Vp bei Wasser: Vp bei Quecksilber = 36,5 : 10,5 = 3,47 : 1.

Von dem Einfluss der lebendigen Kraft, womit ein Puls erzeugt wird, sagt WEBER (l. c., S. 185), dass die Pulsgeschwindigkeit in dem mit Wasser gefüllten Darm grösser ist, je nachdem die Kraft, womit der Puls erzeugt wird, bedeutender ist. So findet er Vp grösser, wenn ein grösserer Theil des Darmes zur Erzeugung des Pulses zusammengedrückt wird. Diese Geschwindigkeit ist nach W. auch verschieden, jenachdem die Welle positiv oder negativ ist: das Verhältniss der Geschwindigkeiten positiver und negativer Wellen findet er (l. c., S. 184) als 11 : 7. Sie wechselt auch im Verlaufe der Welle: dabei wird die Welle niedriger und nimmt ihre Geschwindigkeit ab.

Von derartigen Erscheinungen nimmt man nach W. in Kautschukröhren nichts wahr. Weder die lebendige Kraft, womit der Puls erzeugt wird, noch die positive oder negative Art des Pulses üben in Kautschukröhren einen merklichen Einfluss auf Vp aus.

Zu demselben negativen Resultat in Kautschukröhren kommt auch DONDERS.

Ueber den Einfluss des specifischen Gewichtes der Röhrenwand spricht nur VALENTIN bei seiner voreiligen Anwendung des NEWTON'schen Gesetzes auf die Pulsgeschwindigkeit (l. c.), ohne jedoch Versuche zur Erhärtung an zu führen.

Das Experiment hat also auch in dieser Frage kein Licht verbreitet. Die Ursache davon ist diese, dass viele Factoren Vp beeinflussen, und dass man diese bei Versuchen mit elastischen Röhren nicht willkürlich verändern kann.

§ 2. Formel der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses.

Der Puls ist eine fortschreitende Welle. Die Bewegung, die die Wassertheilchen in einer elastischen Röhre machen, wenn eine Welle über die Röhre hinläuft, habe ich im IV Kap. S. 125, umständlich mitgetheilt.

Die Fortpflanzung des Pulses in einer elastischen Röhre ist die successive Uebertragung der Bewegung der Wassertheilchen eines Durchschnitts der Wassersäule auf die des unmittelbar folgenden Durchschnitts; die Geschwindigkeit, womit diese Fortpflanzung stattfindet, ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses in dieser Röhre.

Da diese Uebertragung nur von den Umständen abhängt, in welchen sich die aufeinanderfolgenden Durchschnitte der Wassersäule befinden, so ist es a priori zu erwarten: 1°. dass in derselben Röhre in denselben Umständen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit an allen Punkten der Röhre gleich sein wird, 2°. dass die Länge der Röhre auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit keinen Einfluss haben wird. Das Experiment bestätigt dies vollkommen.

Wenn Vp der Weg ist, den der Puls in 1 Secunde über eine elastische Röhre zurücklegt, und θ die Zeit, die eine Puls braucht, um die ganze Länge λ dieser Röhre zu durchlaufen, so folgt aus dem soeben Gesagten, dass:

$$Vp \times \theta = \lambda \quad \text{oder} \quad Vp = \frac{\lambda}{\theta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13).$$

Experimentell habe ich in allen elastischen Röhren (gleichviel welche ihre Dimensionen waren) ein constantes Verhältniss zwischen T (Dauer der Schliessungswellen, sieh Kap. IV) und θ gefunden.

Die Versuche in den folgenden Tabellen werden dies bestätigen; sie sind angestellt mit Röhren aus verschiedener Materie, von verschiedenen Dimensionen, und bei verschiedener Druckhöhe h.

		λ	d	α	h	T	Vp	θ	$\frac{T}{\theta}$
		Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	Sec.	Cm.	Sec.	
Kautschukröhren. E constant.	1°.	700	1,57	0,25	20	2	1500	0,466	4,25
		»	»	»	200	2,2	1430	0,488	4,5
	2°.	230	0,95	0,14	10	1,1	1380	0,239	4,6
		»	»	»	210	1,15	1220	0,270	4,25
	3°.	490	0,55	0,08	10	1,6	1360	0,360	4,44
		»	»	»	205	1,65	1260	0,388	4,25
Elast. Röhre. E constant.	4°.	534	1,6	0,14	5	2,35	1180	0,452	5,1
		»	»	»	200	2,6	950	0,562	4,6
Dünndarm (Schwein). E variabel.	5°.	320		Zwischen 0,01 und 0,02 Cm.	5	5,2	280	1,14	4,5
		»	3,15		10	3,7	400	0,8	4,6
		»	3,26		20	2,65	530	0,6	4,4
		»			30	2,2	685	0,466	4,7
		»	3,38		40	1,95	800	0,4	4,8
		»	3,4		50	1,75	800	0,4	4,4
		»	3,42		60	1,6	870	0,37	4,3

Hieraus ergibt sich also, dass das Verhältniss $\frac{T}{\theta}$ bei allen Röhren unter allerlei Umständen ungefähr denselben Werth hat. Ich nehme das Mittel der gefundenen Zahlen, demnach:

$$\frac{T}{\theta} = 4,5 \text{ oder } \frac{1}{\theta} = \frac{4,5}{T}$$

Ersetzen wir nun in Formel (13) $\frac{1}{\theta}$ durch diesen Werth, so ist:

$$Vp = \frac{4,5\,\lambda}{T}$$

Ersetzen wir hierin T durch seinen Werth, sieh Formel (10) Seite 48, so finden wir nach Reduction:

$$Vp = \frac{4,5}{\pi}\sqrt{\frac{g}{2,5}}\sqrt{\frac{E\,a}{\Delta\,d}} \quad \text{oder}$$

$$Vp = 0,9\sqrt{\frac{g\,E\,a}{\Delta\,d}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14).$$

In dieser Formel ist Vp der Weg, den der Puls in 1 Secunde zurücklegt, in Cm. ausgedrückt; g die Beschleunigung der Schwerkraft = 980,88 Cm.; E der Elasticitätscoefficient der Röhrenwand in Gramm. per 1 □ Cm.; a die Dicke der Röhrenwand in Cm.; d der Durchmesser der Röhre in Cm.; Δ das Gewicht in Grammen eines c. Cm. der Flüssigkeit.

Diese Formel darf dann allein auf elastische Röhren angewandt werden, wenn diese der auf Seite 37 vorangestellten Bedingung entsprechen: ihre Wanddicke muss gegen den Durchmesser der Röhre klein sein.

Anmerkung I. In meiner Dissertation (Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses, 1877) kam ich zu dem Resultat:

$$Vp = \frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{g}{2,5}}\sqrt{\frac{E\,a}{\Delta\,d}} \ldots = 0,8\sqrt{\frac{g\,E\,a}{\Delta\,d}}$$

Genauere und zahlreichere Untersuchungen des auf Seite 88 erwähnten Werthes $\frac{T}{\theta}$ haben mich zu der Formel (14) geführt.

Anmerkung II. Wenn die in der Note auf Seite 45 genannte Grösse ε vernachlässigt wird, d. h. wenn die Ausdehnung der Röhre in die Länge Null genommen wird, so wird, wie dort schon erwähnt, die Formel (8):

$$t_1 = \frac{2\,\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\frac{\lambda\,\Delta\,L\,d}{a\,E}}.$$

Dadurch aber wird Formel (10):

$$T = \pi \sqrt{\frac{2}{g}} \sqrt{\frac{\Delta\, d}{a\, E}} \times \lambda$$

und endlich Formel (14):

$$Vp = \frac{4{,}5}{\pi} \sqrt{\frac{g}{2}} \sqrt{\frac{a\, E}{\Delta\, d}} = 1{,}013 \sqrt{\frac{g\ E\ a}{\Delta\ d}}.$$

Herr D. KORTEWEG, Lehrer an der H. Bürgersch. zu Breda, schreibt mir neulich, dass er die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses in elastischen Röhren auf rein mathematischem Wege gesucht habe. Er gelangt dabei zu demselben Resultat:

$$Vp = \sqrt{\frac{g\, E\, a}{\Delta\, d}}.$$

Hierbei haben die Buchstaben denselben Werth, als in meiner Formel, und setzt er voraus:

1⁰. Die Wellenlänge ist ziemlich gross in Bezug auf *d*.

2⁰. Die lebendige Kraft der Kautschukröhre ist hinsichtlich der Flüssigkeitsmasse zu vernachlässigen.

3⁰. E ist constant.

4⁰. Die Flüssigkeit ist unzusammendrückbar.

5⁰. Die Veränderungen in Längspannung können vernachlässigt werden.

Herr KORTEWEG wird seine Untersuchung in seiner Dissertation, die demnächst erscheint, bekannt machen [1]).

Anmerkung III. Ersetzen wir T durch seinen Werth in Formel (11) Seite 49, so erhalten wir nach Reduction:

$$Vp = \frac{2}{\pi} \sqrt{g} \sqrt{\frac{h - h'}{\mu}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15).$$

§ 3. Discussion der Formel (15).

$$Vp = 0{,}9 \sqrt{\frac{g\, E\, a}{\Delta\, d}}.$$

Aus dieser Formel erhellt Folgendes:

1) Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses Vp in einer elastischen Röhre verhält sich

---

1) Beim Abdruck macht Herr KORTEWEG mich aufmerksam auf eine Untersuchung von M. H. RÉSAL (Journal de Mathém. p. LIOUVILLE, 1876, T. II, p. 344) der zu derselben Formel gelangt.

umgekehrt, wie die Quadratwurzel aus dem specifischen Gewichte Δ der Flüssigkeit.

Wie ich oben schon bemerkte, ist MAREY der Einzige, der etwas über den Einfluss des specifischen Gewichtes der Flüssigkeit mittheilt. Aus seinem Tracé konnte ich das Verhältniss von Vp in einer Röhre mit Wasser und mit Quecksilber gefüllt messen: es stellte sich heraus als 3,47 : 1 (sieh Seite 86).

Da nun die Densität des Quecksilbers 13,596 ist, so müssen nach dem von mir Gefundenen die Geschwindigkeiten caet. par. sich verhalten, wie $1 : \frac{1}{\sqrt{13,596}} = 3,68 : 1$; welches genau mit den Zahlen stimmt, die sich aus MAREY's Tracé ergeben (Phys. expér., 1875, p. 114).

Hieraus folgt also mit noch grösserer Genauigkeit, als früher (sieh Seite 51), dass T sich verhält wie $\sqrt{\Delta}$.

2°. Vp verhält sich wie die Quadratwurzel aus der Wanddicke a bei demselben Seitendruck h.

Mit Recht schreibt also auch MAREY einer grössern Wanddicke eine Vergrösserung von Vp zu.

Man sei jedoch bei der Anwendung dieses Ergebnisses behutsam, und vergesse nicht, dass die Factoren d und E dabei unverändert bleiben müssen.

Direct ist also dies Resultat nicht auf eine Röhre anzuwenden, deren Durchmesser und Elasticitätscoefficient dieselben bleiben, deren Wanddicke aber wechselt, z. B. zunimmt. Denn unter derselben Druckhöhe h nimmt nun hierdurch der Durchmesser der Röhre nicht soviel mehr in Grösse zu, und d is also unter demselben Druck kleiner, als bei geringer Wanddicke. Hierdurch entsteht also neben der beschleunigenden Kraft von a noch ein gleichfalls beschleunigender Einfluss von d.

Mit noch mehr Vorsicht wende man das Resultat auf Röhren an, bei denen E variabel ist. Denn indem die Wanddicke zunimmt, wird eine und dieselbe Druckhöhe geringere Tensionen per □ Einheit in der Röhrenwand erzeugen. Ist nun bei dieser geringern Tension der Elasticitätscoefficient kleiner (wie dies bei Arterienwänden und Därmen der Fall ist, sieh später), so entsteht neben dem beschleunigenden Einfluss von a und d ein hemmender Einfluss von E.

Einen analogen Vorbehalt wird man auch bei der Beurtheilung des Einflusses von d und E machen müssen.

3⁰. Vp verhält sich umgekehrt, wie die Quadratwurzel aus dem Durchmesser d der Röhre bei dem Seitendruck h.

Dies widerstreitet der Ansicht DONDERS', der, wie wir auf Seite 82 sahen, dem Durchmesser der Röhre keinen Einfluss zuschreibt, und gleichfalls der Ansicht WEBER's, der theoretisch bei Zunahme des Durchmessers eine beschleunigte Fortpflanzung erwartete.

WEBER's Versuche über den Einfluss des Seitendrucks h in Kautschukröhren, wobei nur der Durchmesser und die Wanddicke die Variabeln sind, stimmen aber ganz mit den meinigen und mit meiner Theorie überein. Der Elasticitätscoefficient des vulcanisirten Kautschuks ist ja innerhalb der hier eingehaltenen Gränzen constant, wie ich auf Seite 55 gezeigt. Das specifische Gewicht der Flüssigkeit bleibt natürlich bei verschiedenem Druck auch so gut wie unverändert, und es sind also nur d und a, die in der Formel (14) bei Veränderung von h wechseln werden.

WEBER fand nun bei einer Röhre von vulcanisirtem Kautschuk deren Durchmesser $d_1 = 2{,}75$ Cm., und Wanddicke $a_1 = 0{,}4$ Cm. eine Geschwindigkeit Vp = 1280 Cm. bei einem Seitendruck h = 0,8 Cm. Machte er h = 350 Cm., so wurde Vp = 1134 Cm., aber zugleich wurde dann der Durchmesser bis auf $d = 1{,}154\ d_1$ ausgedehnt. Die Wanddicke nimmt dabei ab, und da die Verlängerung der ganzen

Röhre eine sehr geringe ist, so kann man annehmen. dass $a \times d$ eine Constante ist, wodurch also bei einem Druck von 350 Cm. a gleichviel mal kleiner, als d grösser geworden ist, also bei h = 350 Cm.:

$$a = \frac{a_1}{1{,}154}.$$

Nach meiner Formel (14) ist nun das Verhältniss der hierdurch erhaltenen Geschwindigkeiten bei h = 0,8 Cm. und 350 Cm., wie

$$\sqrt{\frac{a_1}{d_1}} : \sqrt{\frac{a}{d}} \text{ oder } = \sqrt{\frac{a_1}{d_1}} : \sqrt{\frac{a_1}{d_1\,(1{,}154)^2}}$$

oder = 1,154 : 1; während dieses Verhältniss experimentell von WEBER = 1280 : 1143, das ist = 1,12: 1 gefunden wurde.

4⁰. V p v e r h ä l t s i c h, w i e d i e Q u a d r a t w u r z e l a u s d e m E l a s t i c i t ä t s c o e f f i c i e n t e n E d e r R ö h r e n w a n d b e i d e m s e l b e n S e i t e n d r u c k h.

Die Ansicht aller Autoren ist also richtig, wenn sie E einen beschleunigenden Einfluss auf Vp zuschreiben. VALENTIN hat den genauen Werth dieses Einflusses angegeben, ohne jedoch einen triftigen Grund dafür anzuführen, oder die Richtigkeit desselben experimentell zu begründen.

Fand WEBER bei zunehmendem Druck h eine Abnahme von Vp in Kautschukröhren, er fand das Gegentheil, Z u n a h m e von Vp, wenn er den Druck in einer D a r m r ö h r e erhöhte.

Solange der Druck so gering war, dass die Darmwand nicht gespannt ward, und also die Elasticität der Wand sich noch nicht geltend machen konnte, erklärt WEBER sich dies leicht; wenn aber der Druck gross genug wird, dieselbe zu spannen, so hält die Zunahme von Vp bei wachsendem Druck n o c h an. Wie muss diese Erscheinung erklärt werden?

Soeben sagte ich, dass, wenn E bei zunehmendem Werthe h constant ist, die zwei Factoren d und a, sich Formel (14), den Werth Vp verringern. Ist nun E nicht constant, dann hat auch diess Einfluss. Nimmt er bei wachsendem Druck ab, so wird Vp a fortiori kleiner; E kann aber bei zunehmendem Druck auch steigen, und übt dann einen beschleunigenden Einfluss aus; dieser kann sogar so gross sein, dass er bei Steigerung des Drucks den stets anwesenden hemmenden Einfluss von *d* und *a* weit übertrifft: dies ist bei der Darmwand der Fall [1]).

Hieraus erklären sich die WEBER'schen Versuche mit der Darmröhre bei verschiedenen Druckhöhen.

Auch findet WEBER in einer wenig gespannten Darmröhre eine grössere Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei Pulsen, wenn diese mit grösserer Kraft erzeugt werden. Die Erklärung ist einfach die, dass grössere (resp. höhere) Pulse den Darm mehr ausdehnen, die Wand also mehr spannen, und dann unter dem Einfluss eines höhern Elasticitätscoefficienten eine grössere Geschwindigkeit Vp besitzen müssen.

Aus demselben Grunde nimmt die Geschwindigkeit Vp eines hohen Pulses während seines Verlaufs ab, denn der Puls wird stets länger und also niedriger. Aus demselben Grunde verlaufen positive Wellen in einer Darmröhre schneller als negative.

Alle diese Erscheinungen fand WEBER nicht in Kautschukröhren. Und dies ist natürlich; denn bei einem hohen Puls wird die Röhre zwar mehr ausgedehnt, aber E wechselt darum nicht, sodass eigentlich die hemmenden Einflüsse von *d* und *a* sich geltend machen müssten, aber diese sind in diesem Falle so geringfügig, dass sie nicht wahrgenommen werden.

Im Allgemeinen werden also die von frühern Forschern ex-

---

[1]) Aus meinen Versuchen, sieh Seite 57 und 58 ergibt sich, dass die Darmwand diese Eigenschaft in Bezug auf E wirklich besitzt.

perimentell wahrgenommenen Erscheinungen durch meine Theorie erklärt.

§ 4. Anwendung der Formeln (14) und (15).

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses in einer beliebigen elastischen Röhre bei bekannter Druckhöhe h ergibt sich direkt aus den Formeln, sobald die darin vorkommenden Factoren bekannt sind.

Vergleichen wir nun die auf diesem Weg berechneten Zahlen mit den durch Beobachtung erzielten.

Ich habe den Werth Vp berechnet und experimentell bestimmt bei einigen Röhren, über deren Dauer T ich im IV Kap. gehandelt. Dort habe ich gesagt, wie ich die Werthe d, a und E gefunden habe. Daraus kann nun nach Formel (14) der Werth Vp berechnet werden.

Gleichwie damals, so werde ich auch jetzt über den Werth Vp handeln: A. in elastischen Röhren, deren Elasticitätscoefficient E constant; B. in Röhren, wobei E mit h variirt.

A. *Elastische Röhren, wobei* E *constant ist.*

1°. Rothe vulcanisirte Kautschukröhre, $d = 1{,}57$ Cm., $a = 0{,}25$ Cm.

Hierzu verweise ich nach der Tabelle auf Seite 56, in welcher der berechnete und beobachtete Werth von Vp angegeben sind.

In der Tabelle auf Seite 57 finden sich ebenfalls die berechneten und beobachteten Werthe von Vp in andern vulcanisirten Kautschukröhren; die Dimensionen waren:

2°. Durchm. $d = 0{,}95$, Cm., Wanddicke $a = 0{,}14$ Cm.

3°. $d = 0{,}55$ Cm., $a = 0{,}08$ Cm.

4°. Weber benutzte gleichfalls eine vulcanisirte Kautschukröhre. Führen wir in die Formel (15) die von WEBER angegebenen Werthe ein, und sehen wir, in wiefern der von ihm wahrgenommene Werth mit dem von uns berechneten übereinstimmt.

Bei WEBER's Röhre (Berichte 1850, S. 177 und 182) betrug die Differenz der Druckhöhen höchstens $h - h' = 350 - 0{,}8 = 349{,}2$ Cm. — Von dem Durchmesser fand er $\mu = 0{,}154$, aber in dieser Zahl ist ausser der durch Druckabnahme plötzlich erhaltenen Verlängerung (resp. Verkürzung) noch die nur allmählich stattfindende einbegriffen. Obendrein enthält diese Zahl auch noch die permanente Verlängerung, die ebenso beim Versuch S. 54 eliminirt wurde, weil ich dabei absichtlich von dem höchsten Gewicht $P = 1000$ Gr. ausging. Beide diese Verlängerungen sind in $\mu = 0{,}154$ enthalten; μ ist also zu gross, und das aus Formel (15) zu erwartende Ergebniss muss demnach zu klein sein.

Meine Formel (15) gewährt für Vp..... 9,49 M. — WEBER fand 11,43 M.

5⁰. Mit einer andern weissen vulcanisirten Kautschukröhre, wobei $d = 1{,}312$ Cm. und $a = 0{,}25$ Cm. waren, erhielt ich Folgendes:

					BERECHNET.	WAHRGENOMMEN.	
h	Wasserinhalt auf 250 Cm. Länge.	d	a	E	Vp	h	Vp im Durchschnitt.
Cm.	c. Cm.	Cm.	Cm.		Cm.	Cm.	Cm.
10	340	1,312	0,25				
100	350	1,335	0,246	17200	1600		
						150	1600
200	360	1,354	0,242	19000	1603		

Der Durchmesser und der Coefficient E wurden hier bei verschiedenem Druck durch das Wasservolum, das eine bekannte Länge der Röhre enthält, bestimmt.

6⁰. Sehr merkwürdig variirt der Werth von Vp bei verschiedenem h is einer Kautschukröhre mit dünnen Wänden, die zufolge ihrer Structur bei 0 Druck zusammenfällt.

Ich benutzte eine Röhre von 6 Cm. Umfang und 0,05 Cm. Wanddicke. Sie war so verfertigt, dass sie zufolge zweier Längsfalten zusammenfiel, sobald der Druck auf 0 herabsank, und dann die Gestalt eines Bandes von 3 Cm. Breite hatte. Solange diese Falten bei geringer Füllung der Röhre (resp. geringem Druck) nicht ausgestrichen waren, nahm die Pulsgeschwindigkeit bei wachsendem Druck zu; sobald der Druck gross genug geworden war, die Falten ganz glattzustreichen, so nahm Vp bei noch immer wachsendem Druck, nach der für Kautschukröhren allgemeinen Regel, wieder ab. Bei meiner Berechnung habe ich den Einfluss jener Falten nicht in Anschlag bringen können: ich habe voraussetzen müssen, dass die Röhrenwänden beim kleinsten inneren Druck schon gespannt waren und ich finde demzufolge auch schon Abnahme von Vp bei steigendem Druck, von $h = 0$ an.

Der Durchmesser der Röhre beim Druck 0 wurde natürlich genommen:

$$d = \frac{\text{Umfang}}{\pi} = \frac{6}{\pi} = 1{,}91 \text{ Cm.}$$

							BERECHNET.	WAHRGENOMMEN.	
P	λ	l	μ	d	h	h — h′	Vp	h	Vp
Gr.	Cm.	Cm.		Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	Cm.
800	97,7	1,7	$\frac{1}{57}$	2,28	117	13	549	125	586 645
700	96,0								
700	95,8	1,8	$\frac{1}{53}$	2,24	104	13	530	100	760
600	94								
600	93,3	1,7	$\frac{1}{55}$	2,19	91	13	536		
500	91,6								
500	90,9	1,6	$\frac{1}{57}$	2,13	78	14	572	75	720
400	89,3								
400	88,6	1,3	$\frac{1}{68}$	2,07	64	14,8	645		
300	87,3								
300	86,5	1,1	$\frac{1}{79}$	2,03	49,2	15	688		
200	85,4							49	800
200	84,5	0,9	$\frac{1}{93}$	1,98	34,2	17,1	803	25	680
100	83,6							15	540
100	82,7	0,9	$\frac{1}{93}$	1,95	17,1	17,1	803	10	430
0	81,8			1,91	0			5	300

B. *Röhren, deren Elasticitätscoefficient* E *variabel ist.*

Zu dieser Categorie gehört die Darmröhre.

1⁰. Ich benutzte den Dünndarm eines Schweines, von dem die Schleimhaut entfernt war. Die Wanddicke konnte ich nicht genau bestimmen; sie lag zwischen 0,01 und 0,02 Cm. Daher konnte ich die **absoluten** Werthe von E bei verschiedenem Druck nicht feststellen. Aber da E sich ungefähr verhält wie $\frac{h-h'}{\mu}$, so kann man aus der unterstehenden Tabelle leicht ersehen, dass E bei Druckzunahme **beträchtlich** steigt. μ wurde aus dem Umfang berechnet, den die Darmröhre bei verschiedenen Druckhöhen besitzt.

Die Differenz von zwei successiven Druckhöhen, getheilt durch die entsprechende Zahl μ, ergibt mir die noch unbekannten Grössen in Formel (15).

					BERECHNET	WAHRGENOMMEN.	
h	h — h′	Umfang.	Differenz.	μ	Vp	h	Vp
Cm.	Cm.	Cm.	Cm.		Cm.	Cm.	Cm.
60		12,15					
	10		0,15	$\frac{1}{80}$	571		
50		12					
	10		0,2	$\frac{1}{60}$	495		
40		11,8				40	550
	20		0,4	$\frac{1}{29}$	495	30	550
20		11,4					
	10		0,4	$\frac{1}{28}$	339		
10		11				10	250
	5		0,4	$\frac{1}{27}$	238		
5		10,6				5	210

Ich will hier darauf aufmerksam machen, dass die Darmwand schon bei 10 Cm. Druckhöhe gespannt war.

2⁰. Von einem andern Dünndarm finden sich ebenfalls die berechneten und wahrgenommenen Werthe von Vp auf Seite 58 verzeichnet.

Bei den soeben erwähnten Versuchen über die Pulsgeschwindigkeit im Darm, erregte ich Pulse von geringer und soviel wie möglich gleicher Grösse; denn, wie WEBER, fand auch ich, dass sie sonst (wenn ihre Grössen verschieden sind) derselben Darmröhre bei demselben Druck eine verschiedene Geschwindigkeit besitzen. Bei einem Druck von 10 Cm. war die Geschwindigkeit Vp eines kleinen Pulses .... = 2,96 à 3,1 M.; wenn jedoch bei demselben Druck ein Puls durch Zusammendrückung eines grossen Stückes der Darmröhre erzeugt ward, so ergab sich für die Geschwindigkeit Vp des Pulsgipfels .... 3,7 M., und für die des Wellenanfangs sogar 4,35 M.

Auch fand ich, wie WEBER, im Darme die Geschwindigkeit positiver Wellen grösser, als die negativer.

Die durch Berechnung erhaltenen Zahlen kommen den durch Experiment erzielten so nahe, dass die Richtigkeit der Formel (14)

$$\mathrm{Vp} = 0{,}9 \sqrt{\frac{g \mathrm{E} a}{\Delta d}}$$

keinem Zweifel mehr unterliegt.

Dass zwischen beiden Ergebnissen (den durch Berechnung und den experimentell erhaltenen) kleine Unterschiede walten, war nicht anders zu erwarten. Erstens ist es nämlich ganz unmöglich, mit vollkommener Genauigkeit die u n m i t t e l b a r zurückwirkenden Verlängerungen μ zu bestimmen, und zweitens haften an der Berechnung von d, a und E und an den Beobachtungen selbst kleine unvermeidliche Ungenauigkeiten, die das Endergebniss erheblich beeinflussen müssen.

Aber hätte ich auch schon diese Fehler vermeiden können, so wären auch dann noch Unterschiede geblieben, weil natürlich die Dimensionen der Röhre selbst nicht in ihrem ganzen Verlauf dieselben, und deren Wände auch nicht ganz homogen sind.

Wir haben also allen Grund, die existirenden Unterschiede für erklärlich zu halten.

§ 5. Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses im arteriellen Gefässsystem.

Die Arterien bilden ein System von verzweigten elastischen Röhren. Durch die schnell sich folgenden Herzsystolen und den Widerstand des Capillargefässsystems bleiben die Gefässe mit Blut überfüllt, und strömt dasselbe, von den elastischen Gefässwänden getrieben, mit einer gewissen an allen Punkten verschiedenen Stromgeschwindigkeit durch die Gefässe hin.

Zugleich aber erzeugt jede Systole am Ursprung der Aorta eine positive Welle, den Puls, welcher von hier aus mit viel grösserer Geschwindigkeit (die Fortpflanzungsgeschwindigkeit) über das ganze Gefässsystem hinläuft.

Unabhängig von dem ganzen Röhrensystem pflanzt sich der Puls in jedem Gefässe fort mit einer Geschwindigkeit, die nur von den Eigenschaften dieses Gefässes und dem darin herrschenden Blutdruck abhängt.

Die Factoren, die auf Vp Einfluss ausüben, und die in den früher beschriebenen unverzweigten Röhren (Kautschukröhren, Därmen) an allen Punkten der Röhre dieselben waren, sind im arteriellen Gefässsystem verschieden, nicht nur für verschiedene Gefässe, sondern auch für verschiedene Punkte desselben Gefässes. Die Gesetze der Fortpflanzungsgeschwindigkeit werden übrigens für jedes Blutgefäss dieselben sein, wie für elastische Röhren [1]).

Was die Strömungsgeschwindigkeit des Blutes betrifft, so hat sie als solche zwar keinen directen Einfluss auf Vp, aber der Seitendruck in den Gefässen hängt aufs engste mit ihr zusammen: dieser Druck ist an allen Punkten

[1]) Ich lasse die Thätigkeit der Muskelwand hier unberücksichtigt.

des Gefässsystems verschieden. Nicht nur nehmen der Durchmesser *d* und die Wanddicke *a* der Blutgefässe gewisse, von diesem Druck abhängige, Werthe an, sondern auch der Elasticitätscoefficient der Wand jedes Blutgefässes wird durch diesen Druck bedingt. Aus den folgenden Tabellen wird sich zeigen, dass E in der That bei verschiedenen Werthen von h bedeutend variirt. Die Bestimmung der Factoren *d*, *a* und E wird also complicirter[1]).

Gehen wir durch, was hierüber bekannt ist.

Von dem Durchmesser der Blutgefässe findet man überall in den Handbüchern die Angaben KRAUSE's aufgenommen. Diese betreffen jedoch die Gefässe im Cadaver. KRAUSE findet für die Aorta descendens einen Durchmesser, der in ihrem Verlauf von 2,8 — 1,63 Cm. abnimmt. Für die Carotis comm. findet er $d = 0,87$ Cm., und für die Radialis $d = 0,38$ Cm.

Von der Wanddicke *a* findet man viele widersprechende Angaben. Im Allgemeinen scheint man annehmen zu dürfen, dass das Verhältniss von Wanddicke und Durchmesser ziemlich constant ist, und die Wanddicke beim Cadaver $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{12}$ vom Durchmesser beträgt.

Diese Angaben, sowohl über den Durchmesser als über die Wanddicke, können mir jedoch bei meinen Berechnungen nicht nutzen, da ich die Werthe von *d* und *a* kennen muss, wenn das Blutgefäss unter seinem Normaldruck ausgedehnt ist.

Von dem Elasticitätscoefficienten E der Gefässwand findet

---

[1]) Das specifische Gewicht des Blutes $\triangle$ ist gleich 1,055. Da nun Vp sich umgekehrt verhält, wie die Quadratwurzel aus dem specif. Gewichte, so wird Vp in einer Röhre mit Flüssigkeit von $\triangle = 1,055$ sich zu Vp in derselben Röhre mit Wasser verhalten, wie

$$\frac{1}{\sqrt{1,055}} : 1 = 0,9735 : 1.$$

Bei Blut werde ich also, des geringen Unterschiedes wegen, $\triangle = 1$ setzen.

man verschiedene Angaben. WUNDT (Lehrbuch d. Physiologie, 1865, Seite 280) gibt der Arterienwand einen durchschnittlichen Elasticitätscoefficienten von 7260[1]). Welche Bedeutung jedoch ein durchschnittlicher Werth von E für die Arterienwand haben kann, begreife ich nicht.

WERTHEIM (Annales de Chimie et de Physique 1847, p. 411) gibt eine Tabelle, woraus E sich berechnen lässt. Aus dieser Berechnung geht hervor, dass bei der A. femoralis E, bei wachsendem Druck, von 10'000 bis 19'000 steigt.

DONDERS (l. c., S. 112) hat den Inhalt und die Länge der Carotis der Kuh bei verschiedenem Druck gemessen. Er zeigte dabei, dass die Verlängerung für eine Drucksteigerung von 1 Mm. Quecksilber bei hohem Druck grösser ist als bei niederm Druck. Man hüte sich jedoch, hieraus zu schliessen, dass bei hohem Druck der Elasticitätscoefficient E geringer ist, als bei niederm Druck, weil man bei der Berechnung von E auf die Vergrösserung von d und die Verkleinerung von a bei zunehmendem Druck achten muss. Schade ist es darum, dass DONDERS die Wanddicke nicht angegeben hat. Wenn ich diese bei der entspannten leeren Carotis $= a$ setze, so finde ich für E in der Querrichtung dieser Carotis . . . . . .

bei 103,69 Mm. Quecksilberdruck $E = \frac{1042}{a}$

bei 207,38 Mm. „ $E = \frac{1855}{a}$

also eine Zunahme von E bei Druckerhöhung. Den Durchmesser des Gefässes beim Druck 0 konnte ich aus DONDERS' Tabelle leicht berechnen: er betrug 0,57 Cm.

---

1) Ich drücke die Zahl E immer in der Anzahl Gramme aus, während der Querschnitt des zu untersuchenden Stoffes 1 □ Cm. beträgt. Für Eisen findet man dann E = 2'000'000'000.

Wenn ich nun annehme, dass in diesem Gefäss die Wanddicke der allgemeinen Regel folgte, und beim Druck 0 zwischen $\frac{1}{10}$ und $\frac{1}{12}$ des Durchmessers lag, so werde ich nicht weit fehlen, wenn ich $a = 0{,}05$ Cm. setze. Ich erhalte dann bei 103,69 Mm. Quecksilberdruck oder 141 Cm. Wasser $E = 21800$, und bei 207,38 Mm. Quecksilber oder 282 Cm. Wasser $E = 37700$. (Vergleiche meine Resultate auf Seite 105 ff.).

Um meine Formel von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit anwenden zu können, habe ich d, a und E von verschiedenen Gefässe bei verschiedenem Seitendruck bestimmt.

Die Gefässe rühren von einer jungen erwachsenen Person her.

Aorta descendens. Um die genannten Grössen zu berechnen, habe ich einen Ring von 2,3 Cm. Höhe aus diesem Gefäss geschnitten. Ich habe diesen aufgeschnitten, ausgerollt, und quer auf die Richtung des Gefässes, also senkrecht auf dessen Längsachse, mit verschiedenen Gewichten P belastet. Dann habe ich die diesen Gewichten entsprechenden Längen λ eines Theiles des Umfangs (der für $P = 0$ ..... 2,5 Cm. lang war) gemessen. Daraus wurden die Verlängerungen l und μ für die Differenz zweier auf einander folgender Gewichte berechnet. Die Wanddicke habe ich im umgekehrten Verhältniss zu λ genommen, da ich voraussetzen darf, dass das gemessene Stückchen bei seiner Ausdehnung weder die Breite, noch das Volum wechselt.

Den Blutdruck h, welcher der Wand dieselbe Spannung gibt, wie das Gewicht P, habe ich berechnet nach:

$$h = \frac{2\,P}{2{,}3\,d} \text{ [1]}.$$

---

[1]) d ist hier wieder der Durchmesser des Gefässes bei diesem Druck h; d wurde proportionell zu λ genommen.

Aus diesen Höhen folgt die Differenz h - h′, welcher die Verlängerung μ entspricht.

So habe ich die Data, um nach Formel (15), Vp zu berechnen. Die Aorta hatte nicht gespannt $d = 1{,}4$ Cm. und $a = 0{,}1$ Cm.

P	λ	l	μ	a	d	h	h — h′	Vp	E
Gr.	Cm.	Cm.		Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	
0	2,5			0,1	1,4	0			
450	4,25	0,05	$\frac{1}{85}$	0,059	2,38	164	16	735	31’000
400	4,20	0,05	$\frac{1}{84}$	0,0595	2,35	148	16	731	28’000
350	4,15	0,1	$\frac{1}{11}$	0,06	2,32	132	12	442	15’000
300	4,05	0,2	$\frac{1}{20}$	0,061	2,27	120	19	389	
250	3,85	0,15	$\frac{1}{25}$	0,065	2,15	101	17	417	8’400
200	3,7	0,2	$\frac{1}{18}$	0,067	2,07	84	17,6	346	5’840
150	3,5	0,3	$\frac{1}{12}$	0,071	1,96	66,4	15,4	275	3’850
100	3,2	0,2	$\frac{1}{16}$	0,08	1,8	51	25,2		4’350
50	3,0			0,083	1,68	25,8	25,8		
0									

Von derselben Aorta habe ich denselben Werth durch Ausdehnung in die Länge gesucht. Alle Berechnungen sind dieselben geblieben, nur ist nun $h = \frac{2\,P}{\pi\, 1{,}4\, d}$.

P	λ	l	μ	a	d	h	h — h′	Vp	E
Gr.	Cm.	Cm.		Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	
1000	16,5	0,1	$\frac{1}{165}$	0,066	2,1	216	42	1680	113’000
800	16,4	0,1	$\frac{1}{164}$	0,067	2,1	174	14	967	55’700
700	16,3	0,15	$\frac{1}{110}$			160	22	790	36’800
600	16,15	0,25	$\frac{1}{65}$	0,068	2	138	25	814	21’400
500	15,9	0,5	$\frac{1}{32}$	0,069	2	113	20	511	10’200
400	15,4	0,7	$\frac{1}{22}$	0,071	1,97	93	20	423	6’670
300	14,7	1,0	$\frac{1}{15}$	0,075	1,85	73	21	354	4’260
200	13,7	1,2	$\frac{1}{11}$	0,08	1,75	52	23	320	2’770
100	12,5	1,5	$\frac{1}{9}$	0,09	1,55	29	29	322	2’000
0	11,0			0,1	1,4	0			

Bei der Aorta des Schweines wurden dieselben Bestimmungen gemacht. Das Gefäss wurde in die Längsrichtung ausgedehnt. Es hatte nicht gespannt $d = 1,15$ Cm. und $a = 0,15$ Cm. im Mittel.

P	λ	l	μ	a	d	h	h — h'	Vp	E
Gr.	Cm.	Cm.		Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	
850	22,6	0,05	$\frac{1}{452}$	0,1035	1,66	282	17	1752	41'800
800	22,55	0,15	$\frac{1}{145}$	0,1035	1,66	265	31	1340	26'000
700	22,4	0,2	$\frac{1}{111}$	0,104	1,65	234	32	1192	20'500
600	22,2	0,4	$\frac{1}{54}$	0,105	1,63	202	32	830	10'000
500	21,8	0,6	$\frac{1}{35}$	0,107	1,61	170	29	614	6'500
400	21,2	0,8	$\frac{1}{25}$	0,11	1,56	141	31	556	4'600
300	20,4	1,4	$\frac{1}{14}$	0,115	1,50	110	35	442	2'600
200	19	1,5	$\frac{1}{12}$	0,118	1,46	75	32	380	2'200
100	17,5	1,9	$\frac{1}{8}$	0,133	1,29	43	43		
0	15,6			0,15	1,15	0			

Setzen wir den Blutdruck in der Aorta 200 Mm. Quecksilber, also $h = 270$ Cm. (Wasser), so ergibt sich, dass in der ersten Tabelle (Aorta des Menschen in der Quere untersucht) die grösste Belastung noch zu gering war, um in der Aortawand eine eben so grosse Tension zu erzeugen, als bei normalem Blutdruck angetroffen wird. In der zweiten Tabelle waren wir gelangt zu $h = 216$. Vp muss also grösser sein als 1680 Cm.

Bei der Aorta des Schweines liegt $h = 270$ Cm. zwischen 265 und 282 Cm. in der Tabelle. Die berechnete Geschwindigkeit ist bei dem Normaldruck also 1752 Cm.

Carotis. Die Factoren dieses Gefässes sind bei Ausdehnung in die Länge berechnet; $d = 0,5$ Cm., $a = 0,05$ Cm.

P	λ	l	μ	a	d	h	h — h'	Vp	E
Gr.	Cm.	Cm.		Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	
140	6,45	0,15	$\frac{1}{43}$	0,034	0,733	243	65	1063	32'200
100	6,3	0,05	$\frac{1}{26}$	0,035	0,716	178	17	936	22'900
90	6,25	0,05	$\frac{1}{25}$	0,0352	0,710	161	17	930	22'600
80	6,2	0,15	$\frac{1}{41}$	0,0355	0,704	144	14	528	
70	6,05	0,15	$\frac{1}{40}$	0,036	0,687	130	16	533	7'800
60	5,9	0,15	$\frac{1}{39}$	0,037	0,67	114	17	540	
50	5,75	0,25	$\frac{1}{23}$	0,038	0,653	97	16	387	3'680
40	5,5	0,25	$\frac{1}{22}$	0,04	0,63	81	17	391	3'510
30	5,25	0,25	$\frac{1}{21}$	0,042	0,596	64	19		3'340
20	5,0	0,3		0,044	0,568	45	21	377	2'400
10	4,7	0,3	$\frac{1}{16,6}$	0,047	0,534	24	24		1'610
0	4,4		$\frac{1}{15}$	0,05	0,5	0			

Setzen wir voraus, dass der Druck in der Carotis von 115 bis 150 Mm. Quecksilber beträgt, oder h = 156—204 Cm. (Wasser), so ist nach den berechneten Zahlen, Vp in diesem Gefässe ungefähr 930—1063 Cm.

A. radialis. Bei diesem Gefäss sind die Factoren auf dieselbe Weise berechnet, wie bei der Carotis.

Das untersuchte Gefäss hatte im entspannten Zustand einen Durchmesser $d = 0{,}2$ Cm. Die Wanddicke war schwierig zu messen; sie betrug im entspannten Zustande im Mittel $\pm\, 0{,}02$ Cm. Bei den Berechnungen nahm ich

$$h = \frac{2\,P}{\pi\; 0{,}2\; d}.$$

P_a	λ	l	μ	a	d	h	h — h'	Vp	E
Gr.	Cm.	Cm.		Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	Cm.	
0	8			0,02	0,2	0			
		2,4	$\frac{1}{45}$				61	334	1'790
5	10,4			0,015	0,26	61			
		0,8	$\frac{1}{11}$				57	571	7'790
10	11,2			0,0143	0,27	118			
		0,3	$\frac{1}{39}$				52	909	22'100
15	11,5			0,014	0,28	170			
		0,2	$\frac{1}{58}$				49	1073	33'700
20	11,7			0,0137	0,29	219			
		0,1	$\frac{1}{118}$				51	1564	69,100
25	11,8			0,0136	0,295	270			
		0,2	$\frac{1}{60}$				260	2581	190'000
50	12			0,0133	0,3	530			
		0,2	$\frac{1}{61}$				531	3634	380'000
100	12,2			0,013	0,3	1061			
		?							
150	12,2								

Hierüber Ruptur.

Setzen wir den Blutdruck in der A. radialis auf 100 Mm. Quecksilber, also h = 136 Cm. (Wasser), (welche Ziffer zwischen den Werthen 118 und 170 in Columne h dieser Tabelle liegt) so betrüge nach der Berechnung Vp in diesem Gefäss bei diesem Druck ungefähr 900 Cm. per 1 Sec.

Für die A. iliaca des Schweines wurde auf dieselbe Weise verfahren.

Bei einem Blutdruck von 150 Cm. Wasser oder 110 Mm. Quecksilber war E = 7500, und die berechnete Vp = 488 Cm. Bei einem Druck von 150—200 Cm. Wasser oder 110—148 Mm. Quecksilber war E = 11'000 und Vp = 564 Cm. Bei einem Druck von 200—260 Cm. Wasser oder 148—192 Mm. Quecksilber war E = 20'000, und Vp = 820 Cm. Bei einem Druck von 260—300 Cm. Wasser oder 192—222 Mm. Quecksilber war E = 42'000, und Vp = 1150 Cm.

Man darf als Normaldruck in der A. iliaca ungefähr 230 Cm. Wasser oder 170 Mm. Quecksilber ansetzen: bei diesem Druck ist also E = 20'000, und Vp = 820 Cm.

Aus diesen Tabellen geht hervor, dass der Elasticitätscoefficient der Gefässwand bei Steigerung des Drucks im Blutgefäss bedeutend zunimmt.

Ferner, dass bei der menschlichen Aorta für denselben Blutdruck, E in beiden Richtungen (in die Quere und Länge) gleich ist, wie aus den zwei ersten Tabellen dieses § hervorgeht; im Gegensatz zu WUNDT (l. c., S. 280), der E in der Länge grösser findet als in der Quere.

Was die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses angeht, so sieht man, dass diese in demselben Gefässe bei Erhöhung des Blutdrucks beträchtlich steigt, und ferner, dass sie bei normalem Blutdruck in der A o r t a grösser ist, als in der C a r o t i s und R a d i a l i s[1]).

Was den a b s o l u t e n Werth der durch Berechnung erhaltenen Zahlen für Vp betrifft, so möchte ich denselben, wegen der Schwierigkeit, die Vp beeinflussenden Factoren zu bestimmen, keinen zu grossen Werth beimessen. Ich fand durch B e r e c h n u n g Vp in der A o r t a des Schweines ungefähr 17 M.; in der C a r o t i s des Menschen 9,3—10,63 M.; in der A. r a d i a l i s des Menschen 9 M., und in der A. i l i a c a des Schweines 8,20 M., in jedem Gefäss bei normalem Blutdruck und per 1 Sec.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, wie sie WEBER zuerst bestimmt, ist eine durchschnittliche. Für die Aorta konnte er sie natürlich beim Menschen nicht bestimmen, aber für die peripherischen Gefässe fand er sie, wie bekannt, zwischen 7,92 und 9,24 M. per Sec., und dies stimmt vollkommen zu unsern Berechnungen.

LANDOIS (l. c., S. 298) fand in der C r u r a l i s eine mitt-

---

[1]) CZERMAK (Mittheil. a. d. priv. Labor., 64, S. 60) hielt es für wahrscheinlich, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Gefässsystem nach der Peripherie zu abnehme.

lere Geschwindigkeit von 6,431 M., und in den Artt. der oberen Extremität eine mittlere Geschwindigkeit von 5,772 M. per 1 Sec.

Sieh auch meine experimentell bei ruhigem Athmen erhaltenen Ziffern 8—8,50 M. per Sec. (Seite 111).

Stösst man auch auf zu viele Schwierigkeiten, um aus den gegebenen Bedingungen des Gefässsystems mit vollständiger Gewissheit die absoluten Werthe von Vp zu berechnen, und bietet möglich der experimentelle Weg hierzu grössere Genauigkeit, so erhellt doch aufs deutlichste aus dem Gegebenen im Verband mit der Formel (14) von Vp, was geschehen muss, wenn in die Vp bedingenden Factoren Veränderung gebracht wird.

Steigerung des Blutdrucks u. A. muss die Fortpflanzungsgeschwindigkeit erhöhen; Abnahme desselben muss sie verringern.

Um diess experimentell zu beweisen, machte ich folgende Versuche:

Ie Untersuchung. Um zu beweisen, dass Vp bei Abnahme des Blutdrucks kleiner wird, habe ich bei einem Erwachsenen folgende Reihe von Versuchen angestellt. Ich habe auf zwei Arterien Cardiographen befestigt. Bei zweien dieser Versuche stand einer der Cardiographen auf der A. carotis, und der andere auf der A. tibialis. post. hinter dem Malleolus internus; bei einem dritten Versuch stand der eine Cardiograph auf der A. radialis, und der andere auf der A. tibialis. post. Die Zeitdifferenz zwischen zwei Wellengipfeln wurde durch die Schwingungen einer Stimmgabel von 20 Schwingungen in 1 Sec. gemessen.

Die Entfernung von den Applikationsstellen bis zum Ursprung der Aorta konnte nur annähernd bestimmt werden.

Die Applikationsstelle auf der Carotis war ungefähr 20 Cm. von demselben entfernt, die der A. radialis 75 Cm., die der A. tibial. post. hinter dem Malleolus 160 Cm. Bei den zwei ersten Versuchen war also der zurückzulegende Weg 1,60—0,20 = 1,40 M., beim dritten war er 1,60—0,75 = 0,85 M.

Hieraus wurde die mittlere Fortpflanzungsgeschwindigkeit hergeleitet.

Mitten in jedem der drei Versuche wurde der Athem eingehalten und stark gepresst, welches Hemmung der Herzthätigkeit, und also Verminderung des Blutdrucks zur Folge hat; nun war der Zeitraum zwischen den Pulsgipfeln viel grösser, und also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses bedeutend geringer, wie aus folgender Tabelle ersichtlich.

Versuch.		Zurück zu legender Weg.	Mittlere Differenz in $\frac{1}{20}$ einer Secunde.		Damit correspondirende Pulsgeschwindigkeit.	
			Ruhiges Athmen.	Pressen.	Ruhiges Athmen.	Pressen.
		M.			M.	M.
I.	*Carotis* und *Tibialis.*	1,40	3,35	4	8,4	7
II.	*Carotis* und *Tibialis.*	1,40	3,57	3,83	8	7,3
III.	*Radial.* und *Tibialis.*	0,85	2	2,23	8,5	7,6

IIe Untersuchung. Bei einer Ziege wurden die Artt. carotis und cruralis blossgelegt, und auf diese Gefässe je ein Cardiograph gesetzt; die Zeit wurde ebenso wie bei voriger Untersuchung bestimmt. Bei der Section ergab sich, dass die Abstandsdifferenz der Applikationsstellen bis zum Ursprung der Aorta 0,45 M. betrug.

Einer der vagi war präparirt und durchgeschnitten, und während des Versuchs wurde einige Zeit das peripherische Ende durch einen Inductionsstrom gereizt, sodass Herzstillstand erfolgte.

Das Resultat ist folgendes:

		Zeitdifferenz zwischen den Pulsgipfeln der Carotis und Tibialis in 20steln einer Secunde.						Im Mittel.	Pulsgeschwindigkeit.
vor		0,66	0,75	0,75	0,75	1	0,75	0,78	M. 11,5
während	Vagusreizung.	Kein Herzschlag.							
gleich nach		(1er Herzschlag.) 2	(2er.) 2	(3er.) 1,5	(4er.) 1,2	(5er.) 0,75	(6er.) 0,66		
Correspondirende Pulsgeschwindigkeit in Metern.		M. 4,5	M. 4,5	M. 6	M. 7,5	M. 12	M. 13,5		

Hieraus erhellt wieder, dass bei Erniedrigung des Blutdrucks die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bedeutend abnimmt. Bei den ersten Herzschlägen nach der Reizung, als der Druck sehr niedrig war, wurde die Geschwindigkeit am kleinsten gefunden. Sie nahm mit jedem folgenden Herzschlag zu, und hatte beim fünften Herzschlag ihre normale Grösse wieder erreicht. Die Differenzen der Pulsgeschwindigkeit sind sehr beträchtlich. Die bekannte bedeutende Erniedrigung des Blutdrucks bei Vagusreiz, und schnelle Steigung desselben zur normalen Höhe, sobald der Reiz aufhört, stimmen ganz mit diesem Resultat überein.

So wird auch umgekehrt, bei gesunden Blutgefässen, die beobachtete Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses ein Mass für den Blutdruck sein können.

Bei kränklichem Zustande der Gefässe kann der Durchmesser, oder die Wanddicke, oder der Elasticitätscoefficient der Wand beträchtlich verändert sein, wie z. B. bei Atherom. Jede dieser Veränderungen wird auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses einen grossen, und jetzt für jeden Factor bekannten Einfluss ausüben.

Schade, dass ein Krankheitsprocess in den Gefässen fast immer mehr als einen der drei Factoren d, a und E berührt, wodurch der Einfluss desselben auf Vp sehr complicirter Art wird.

Man sei also sehr behutsam, aus der beobachteten Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses allein, auf einen bestimmten kränklichen Zustand der Gefässwand zu schliessen.

SECHSTES KAPITEL.

UEBER DIE OEFFNUNGSWELLEN IN ELASTISCHEN RÖHREN.

Nicht nur beim Schliessen des Krahnes M, sondern auch beim plötzlichen Oeffnen entsteht mit der Strömungsbewegung der Flüssigkeit von M nach N auch Wellenbewegung: Oeffnungswellen.

Das folgende Tracé Fig. 20 ist erhalten mit einer Kantschukröhre vom Durchmesser $d = 0{,}95$ Cm., Wanddicke $a = 0{,}14$ Cm., und Länge $\lambda = 270$ Cm., Fig. 19.

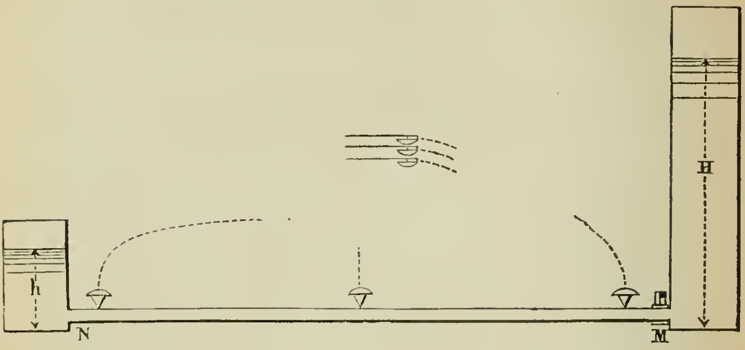

Fig. 19.

Die drei Curven des Tracé's, Fig. 20, sind gleichzeitig aufgezeichnet.

Die untere Curve ist erzielt durch eine bei M angebrachte Lufttrommel, die mittlere durch eine Lufttrommel auf der Mitte der Röhre, die obere mittels einer Lufttrommel unweit des offnen Endes N der elastischen Röhre.

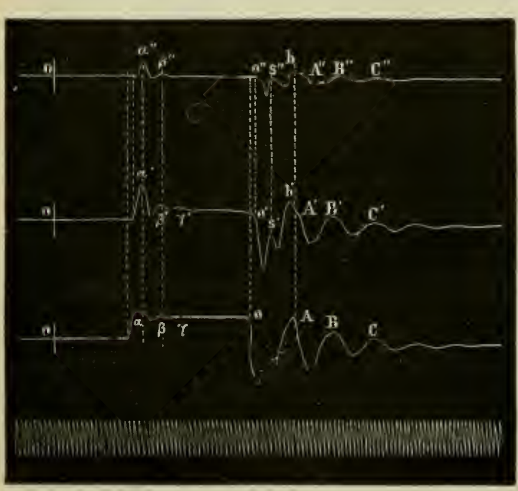

Fig. 20.

Der erste Theil des Tracé's ist durch plötzliches Oeffnen des Krahnes M erzielt; die Oeffnungswellen sind durch die Buchstaben $\alpha\ \beta\ \gamma$, $\alpha'\ \beta'\ \gamma'$, $\alpha''\ \beta''\ \gamma''$ angedeutet.

Ich handle in § 1 über die Dauer, in § 2 über die Gestalt und die Höhe der Oeffnungswellen.

§ 1. Ueber die Dauer Θ der Oeffnungswellen.

Wellen von gleicher Art und Dauer wie die Oeffnungswellen entstehn auch in den elastischen Röhren, ohne dass die Flüssigkeit von M nach N zu strömen braucht, wie das im oben erwähnten Falle geschah. Wenn z. B. (sieh Fig. 19) der Krahn M bei Niveauhöhen $H = h$ geöffnet ist, und auf irgend eine Weise Wellenbewegung in der Röhre M N hervorgebracht wird, so entstehen Wellen, die in Dauer und Art den Oeffnungswellen entsprechen; die einzige Bedingung ist, dass beide Enden M und N der Röhre geöffnet sind.

Man kann bei diesen Wellen beobachten, dass wechselweise bald Wasser gleichzeitig aus beiden Enden der Röhre ausströmt, und bald zu beiden Enden hineinfliesst. Man kann zugleich dabei bemerken, 1°. dass die beiden Röhrenhälften sich gegenseitig symmetrisch verhalten; 2°. dass die ganze Röhre wechselweise über die ganze Länge sich zusammenzieht und anschwillt, 3°. dass diese Formveränderungen in der Mitte der Röhre am grössten sind, und von dort nach den Enden zu kleiner werden.

Ich darf jene Wellen wegen dieser Eigenschaften stehende Wellen nennen.

Sei die Dauer dieser Wellen Θ.

Wegen der Symmetrie der beiden Röhrenhälften kann man diese je als eine selbständige Röhre auffassen, am einen Ende (der Mitte der Hauptröhre) geschlossen, und am anderen Ende geöffnet: die eine Hälfte in M, die andere in N.

Die Dauer der Oeffnungswellen Θ in einer elastischen Röhre von der Länge λ, dem Durchmesser d, der Wanddicke a, und dem Elasticitätscoefficienten E bei Druckhöhe h ist also gleich der Dauer der Wellen in derselben Röhre von halber Länge mit nur Einem offnen Ende (diese Wellen habe ich im IV Kap. unter dem Namen Schliessungswellen behandelt). Wenden wir die für diese gefundene Formel (10) an, so ist:

$$\Theta = \pi \sqrt{\frac{2,5}{g}} \sqrt{\frac{\Delta\, d}{a\, \mathrm{E}}} \times \tfrac{1}{2}\, \lambda.$$

Nennen wir T die Dauer der Schliessungswellen der ganzen Röhre, so folgt hieraus:

$$\Theta = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{T}.$$

Die in einer an beiden Enden offenen Röhre entstehenden Wellen (Oeffnungswellen) haben eine Dauer gleich der Hälfte der Dauer T der in derselben Röhre entstehenden Wellen, wenn eins der Röhrenenden offen und dass andere geschlossen ist (Schliessungswellen des IV Kapitels).

Experimentell habe ich diess in allerlei Röhren bestätigt gefunden, wovon ich hier einige Beispiele gebe: 1⁰. von einer schwarzen elastischen Röhre, 2⁰. von einer rothen vulcanisirten Kautschukröhre.

	λ	d	a	T	Θ
	Cm.	Cm.	Cm.	Sec.	Sec.
1⁰.	650	1,6	0,15	3	1,4
2⁰.	540	0,95	0,14	1,65	0,8
id.	270	»	»	0,82	0,35
id.	135	»	»	0,41	0,20
id.	67,5	»	»	0,20	0,10
id.	34	»	»	0,105	0,055

Der Einfluss, den die Factoren d, a, Δ, E und λ auf Θ ausüben, ist derselbe wie der auf T; hierfür kann ich also auf Seite 50 verweisen.

Werden diese Wellen in einer, zwei Druckgefässe von verschiedener Niveauhöhe (H > h) verbindenden, elastischen Röhre erzeugt, wie in Fig. 20 (durch das Oeffnen des Krahnes M), so hat nicht nur h, sondern auch H, Einfluss auf d, a und E der Röhre, und also auch auf Θ. Hat man mit einer Röhre zu thun, die, wie die gewöhnlichen Kautschukröhren, von dem Druck nur geringen Einfluss erleiden, so trifft das Gesetz $\Theta = \frac{1}{2}$ T im Allgemeinen regelmässig zu; sieh das Tracé von Fig. 20. Sind es aber Röhren, deren Dimensionen d, a, E unter dem Einfluss des Drucks grosse Veränderungen erleiden, so ist bei grossen Differenzen von H und h, die Dauer der beim Oeffnen des Krahnes erhaltenen Wellen nicht mehr gleich der halben Dauer der durch das Schliessen des Krahnes M erzielten Wellen; denn d, a und E sind dann in beiden Fällen nicht mehr gleich.

§ 2. Ueber die Gestalt und die Höhe der Oeffnungswellen.

Sind die Wellen in beiden Hälften einer Kautschukröhre identisch, wenn die beiden Enden dieser Röhre in Reservoirs von gleicher Niveauhöhe ausmünden, so findet dies nicht mehr statt, wenn die Niveauhöhen verschieden sind, H > h. Zwar bleibet die Zeitdauer dieser Wellen Θ unverändert und unter einander gleich, sieh Fig. 20, $\alpha\beta = \alpha'\beta' = \alpha''\beta'' = \beta\gamma = \beta'\gamma' = \beta''\gamma'' = \ldots$, aber die Gestalt, in gleichen Entfernungen von den Enden genommen, ist nicht mehr dieselbe. Während die Wellen im Anfang der Röhre verhältnissmässig niedrig und flach sind α, β, γ, werden sie im weiteren Verlauf der Röhre spitzer α' β' γ', und sind bei N ziemlich scharf α'' β'' γ''; sieh dazu das Tracé von Fig. 20 und 21.

Merkwürdig ist es, dass, wenn durch die Gipfel α'', β'', γ'', verticale Linien gezogen werden, diese Linien durch die Mitte der Wellen α', β' und α, β gehen. Hieraus darf man schliessen, dass die Mitte jeder Oeffnungswelle gleichzeitig an allen Stellen der Röhre vorkommt. Diese Oeffnungswellen können mit stehenden Wellen verglichen werden.

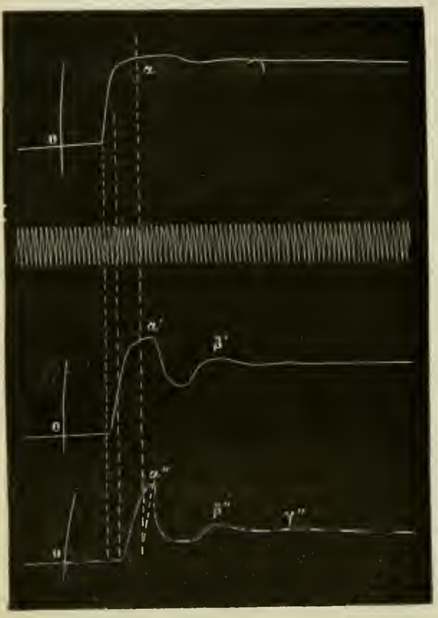

Fig. 21.

Was die Höhe dieser Oeffnungswellen betrifft, so bemerke man, z. B. für Fig. 20, dass diese drei Curven gleichzeitig mittels drei verschiedener Cardiographen erhalten sind, die natürlich für dieselbe Ausdehnung der Röhre je einen andern Ausschlag ergeben werden; demzufolge können die Höhen von α β γ, α' β' γ', α'' β'' γ'' nicht ohne Weiteres als das wirkliche Verhältniss der Wellenhöhen betrachtet werden. Wenn man aber die wirklichen Höhen der Oeffnungswellen misst, so wird man bemerken: 1⁰. dass sie an beiden Enden äusserst gering sind; 2⁰. dass die Höhe nach der Mitte der Röhre zunimmt, und 3⁰. dass die Wellen ungefähr in der Mitte der Röhre ihre grösste Höhe besitzen.

Es bedarf keiner nähern Erörterung, dass die Oeffnungswellen in einer elastischen Röhre sich nicht entwickeln können, wenn Krahn M geöffnet und sogleich darauf wieder geschlossen wird.

SIEBENTES KAPITEL.

UEBER DIE SCHLIESSUNGSWELLEN IN EINEM SYSTEM VON VERZWEIGTEN ELASTISCHEN RÖHREN.

Wenn die Hauptröhre eines Systems von verzweigten elastischen Röhren mittels eines Krahnes M mit einem Druckgefäss von Niveauhöhe H verbunden ist, und die peripherischen Enden in ein Reservoir von Niveauhöhe $h < H$ ausmünden, so strömt die Flüssigkeit durch dieses System von Verzweigungen von H nach h, wenn der Krahn M geöffnet ist.

Ich werde mich hier beschäftigen mit den Wellen, die in einem derartigen Röhrensystem durch plötzliches Schliessen des Krahnes an der Einflussöffnung entstehen.

Ehe ich meine eigenen Untersuchungen bespreche, will ich aber in kurzem mittheilen, was von diesen Wellen schon bekannt ist.

Landois schliesst aus seiner Untersuchung mit verzweigten Röhren, dass bei einer Bifurcation der Zweig mit kleinerem Lumen ohne Einfluss auf die Wellen in dem Zweig mit grösserem Lumen ist, dass also die Wellen in dem weiteren Zweige gleich bleiben, ob nun der Zweig mit dem engern Lumen in das System eingefügt werde oder nicht. „Die bei der Wellenbewegung" (sagt L., l. c., S. 173) „in einem elastischen Rohre erzeugten Bewegungen der elastischen Röhrenwand haben auf die gleichartigen Bewegungen in einem Nebenzweige stärkeren Calibers keinen störenden Einfluss". Die Wellen des weitern Zweiges können aber nach Landois in den engern hineingetragen werden; darüber sagt er (l. c., S. 172): „Es hat somit auch hier die Eröffnung des Nebenrohres nur den einen Einfluss, dass nämlich die Rückstosselevationen von Seiten des längeren Rohres in das gegebene Bild der ursprünglichen Curve hineingetragen wird". Nach LANDOIS' Auffassung entständen also in jeder Verzweigung eine eigne und von den andren Zweigen unabhängige Schliessungswelle. Dass diess in der That seine Ansicht ist, erhellt noch aus Folgendem: er findet bei seinen Versuchen die, im arteriellen Gefässsystem [1]) zwischen der ersten und dicrotischen Pulserhebung (primäre Erhebung und 1er Schliessungsgipfel, sieh später) verlaufende Zeit verschieden in drei verschiedenen Bahnen des Systems, nämlich denen für den Kopf, für die obern und die unteren Extremitäten. Um diese Thatsache zu erklären nimmt er an, dass jede dieser drei Bahnen, wegen ihrer von den andern verschiedenen Länge auch ihre eigene „Rückstosselevationen" besitzen muss (l. c., S. 178). Dass LANDOIS es damit aber nicht ernst meint, geht daraus hervor, dass er die Schliessungswellen immer an einem geschlossenen Röhrenende entstehen lässt. Wo er vom Gefässsystem im Besondern spricht, sagt er auch noch in direktem Widerstreit zu seiner eigenen Voraussetzung von den drei Hauptbahnen mit je einer eigenen „Rückstosselevation" (l. c., S. 188): „Durch diesen Anprall des Blutes" (gegen die Valv. semilun.) „wird eine neue positive Welle" (die dicrotrische Erhebung) „erzeugt, welche nun wieder peripherisch in die Arterienröhren hin fortschreitet".

Die Ursache der Ungleichheit der Abstände zwischen der ersten und zweiten Pulserhebung in den verschiedenen Arterien ist eine ganz andere. Sie ist in dem bei verschiedenem Blutdruck variabeln Elasticitätscoefficienten der Gefässwände zu suchen, wie ich im VIII Kapitel zeigen werde.

KOSCHLAKOFF (Virch. Arch., Bd. XXX, S. 168), der eben-

---

[1]) Das arterielle Gefässsystem ist ein Gefüge von verzweigten elastischen Röhren, sieh Kap. VIII.

falls die Schliessungswellen in verzweigten Röhren untersucht hat, ist derselben Ansicht, wie LANDOIS. Wenn auf eine elastische Röhre eine Nebenröhre eingefügt wird, so „folgten", sagt er „eben dieselben grossen Wellen und in derselben Folgenreihe, wie wir sie bei der Pulsation der nichtverzweigten Röhren erhalten haben."

MAREY hat auch einige Untersuchungen über die Wellenbewegung in verzweigten elastischen Röhren gemacht (Phys. exp., 1875, p. 119 und 120). Aus seinen Versuchen geht hervor, dass, wenn eine gewisse Flüssigkeitsmenge plötzlich in die Hauptröhre gepresst wird, in jeder der Verzweigungen eigene Wellen entstehen, unabhängig von den in andern Zweigen auftretenden; aber aus MAREY's Tracé auf p. 120 erhellt zugleich, dass diese verzweigten Röhren an den Enden geschlossen waren, und daher sind MAREY's Resultate nicht auf die Wellen im Gefässsystem an zu wenden. — Bei meinen Versuchen sind die verzweigten Röhren an der Peripherie immer weit geöffnet, und nur dann dürfen die darin auftretenden Wellen mit denen des arteriellen Gefässsystems verglichen werden (sieh Kap. VIII.)

Wenn nun in einem solchen System von (Kautschuk-) Röhren der Krahn M plötzlich geschlossen wird, so entsteht sowohl in der Hauptröhre, als in jedem Zweige immer nur eine einzige allen Zweigen gemeinschaftliche Reihe von Schliessungswellen, und überdiess ist die Dauer aller dieser Wellen sowohl in der Hauptröhre, als in allen Zweigen dieselbe, wenn der Elasticitätscoefficient der Röhrenwand constant ist. Sei diese Dauer im Allgemeinen τ Sec.

Ebenso, wie bei der unverzweigten Röhre, ist es für die Dauer der gemeinschaftlichen Schliessungswellen wieder gleichgültig, ob der Krahn M längere odere kürzere Zeit offen gestanden. Ist der Krahn M z. B. plötzlich geöffnet, und sofort darauf wieder geschlossen, so entsteht hierdurch ein Wellengipfel (die primäre Erhebung), der von M an über das ganze Röhrensystem peripherisch verläuft, und zwar in jeder Röhre mit der dieser Röhre eigenen Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Dieser primären Erhebung folgt nach τ Sec. der 1ste, nach 2 τ Sec. der 2te Schliessungswellengipfel u. s. w., die alle in M entstehen, und ebenso wie die primäre Erhebung und mit derselben Geschwindigkeit über das System mit allen seinen Zweigen verlaufen.

Wenn nun auch alle Gipfel an der geschlossenen Einflussöffnung der Hauptröhre entspringen, so ist doch der Schliessungsgipfel ein Resultat der Bewegung aller Flüssigkeitstheilchen im ganzen Röhrensystem, und der Dimensionen und E aller seiner Zweige. Darum ist es auch schon von vornherein zu erwarten, dass, im Gegensatz zu LANDOIS' und KOSCHLAKOFF's Ausspruch, jeder Zweig die Dauer der gemeinschaftlichen Schliessungswellen beeinflussen, und dass also τ wechseln wird, sobald dem System einer der Zweige entnommen, oder ein neuer Zweig hinzugefügt wird. Und in der That findet sich dies experimentell bestätigt.

Es ist klar, dass bei einem System von verzweigten Röhren kein constantes Verhältniss zwischen Vp und τ bestehen kann, wie dies der Fall ist mit Vp und T in einer nicht verzweigten Röhre (sieh Kap. V), und dass also in einem verzweigten Röhrensystem Vp nicht ohne Weiteres aus τ, und umgekehrt ebensowenig τ aus Vp, hergeleitet werden kann.

Den Werth τ habe ich auf anderm Wege suchen müssen; ich benutze dazu zwei Formeln, die ich empirisch bestimmt. Bei der Anwendung dieser Formeln ist es eine Bedingung, dass von allen Röhren in dem Zweigsystem das Verhältniss vom Durchmesser zur Wanddicke $\frac{d}{a}$ und der Elasticitätscoefficient der Wand gleich seien; dass also in allen Röhren die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses dieselbe sei [1]).

Die Formeln, die ich zur Berechnung von τ gefunden, lauten:

1⁰. In jedem verzweigten Röhrensystem können, ohne das τ dadurch verändert, zwei ungleiche Endzweige (der eine von der Länge λ_1 und dem Lumen ω_1, der andere von der Länge λ_2 und dem Lumen ω_2 durch zwei gleiche Zweige, je vom Lumen $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ und der Länge

$$\lambda = \frac{\omega_1 \lambda_1 + \omega_2 \lambda_2}{\omega_1 + \omega_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\alpha)$$

ersetzt werden.

2⁰. In jedem verzweigten Röhrensystem kann, ohne Veränderung von τ, ein Zweig von der Länge L und dem Lumen Ω, der sich in eine gewisse Anzahl **gleicher** Endzweige von der Länge l und dem Gesammtvolum ω spaltet, ersetzt werden durch eine gewisse Länge Λ des Zweiges mit dem Lumen Ω, so zwar dass:

$$\Lambda = \mathrm{L} + \mathrm{l}\left(\frac{\Omega}{\omega} + \frac{1 - \frac{\Omega}{\omega}}{1 + 2\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{l}}}\right) \quad \ldots\ldots \quad (\beta).$$

Mittels dieser zwei Formeln kann jedes Zweigröhrensystem zurückgeführt werden auf eine nichtverzweigte Röhre von denselben Dimensionen wie der Hauptstamm, aber von solcher

---

[1]) Dies ist im arteriellen Gefässsystem nicht genau der Fall; die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses ist nach dem im V Kapitel Ermittelten in den verschiedenen Arterien ein wenig verschieden. Dies ist eine der Schwierigkeiten bei der Berechnung von τ im Körper. In der Anwendung auf das art. Gefässsystem nehme ich für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einen mittleren Werth an.

Länge Λ, dass die darin erzeugten Schliessungswellen an Dauer denen des ganzen Zweigsystems gleich sind.

Mit Behülf der gefundenen Länge wird also τ zu berechnen sein, wenn man entweder die Dimensionen und E der Hauptröhre (nach Formel 10), oder T für eine bestimmte Länge dieser Hauptröhre, oder die Geschwindigkeit Vp in dieser Röhre[1]) kennt.

Um nun in einem Zweigröhrensystem diese Länge Λ zu finden, wird man, von der Peripherie ausgehend, durch Anwendung der Formel (α) zwei unsymmetrische Endzweige durch zwei gleiche Zweige ersetzen; dann wird man durch Anwendung der Formel (β) die gleichen Endzweige und den, aus welchem sie entspringen, durch einen einzigen Zweig ersetzen, ohne dass der Werth τ hierdurch verändert. Steigt man so von der Peripherie an zur Hauptröhre, so wird man am Ende für diese eine solche Länge Λ finden, dass die Dauer der Schliessungswellen in dieser Röhre, T_Λ, für sich gleich der Dauer τ des Schliessungswellen im ganzen Zweigröhrensystem ist:

$$T_\Lambda = \tau.$$

Wenn nun von dieser Röhre die Fortpflanzungsgeschwindigkeit Vp bekannt ist, so wird man die Formel auf Seite 89 benutzen,

$$Vp = \frac{4{,}5\ \lambda}{T}; \text{ woraus:}$$

$$Vp = \frac{4{,}5\ \Lambda}{T_\Lambda}.$$

Ersetzt man T_Λ durch τ, so erhält man aus dieser Formel:

$$\tau = \frac{4{,}5\ \Lambda}{Vp} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17).$$

Um im arteriellen Gefässsystem den Werth τ kennen zu lernen, kann man sich dieser Formel (17) bedienen.

---

[1]) Bei der Anwendung auf das Gefässsystem benutze ich, um τ zu berechnen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Pulses, wie ich schon oben bemerkt.

Bei Systemen von verzweigten Kautschukröhren ist es einfacher, von der Dauer der Schliessungswellen einer unverzweigten Röhre für eine bestimmte Länge, z. B. 100 Cm., auszugehen. Ist nun diese Dauer T bekannt (entweder durch Berechnung oder durch Experiment erhalten), so lässt sich hieraus und aus der berechneten Länge Λ sofort der Werth τ berechnen; nach dem Gesetz auf Seite 48 ist ja, wenn Λ in Cm. ausgedrückt ist;

$$T_\Lambda = \frac{\Lambda\, T}{100} \quad \text{woraus:}$$

$$\tau = \frac{\Lambda\, T}{100}.$$

In der folgenden Tabelle sind einige verzweigte Kautschukröhrensysteme verzeichnet, deren τ auf obenerwähnte Weise berechnet und experimentell bestimmt ist. In den drei ersten Columnen finden sich die Dimensionen der Hauptröhre und der Verzweigungen (die Häkchen deuten die Weise der Verzweigung an). In der Columne Λ findet sich die nach den Formeln (α) und (β) berechnete Länge, die die Hauptröhre besitzen muss, um für sich Schliessungswellen von der Dauer τ zu geben. In der darauf folgenden Columne sind die nach der Formel $\tau = \frac{\Lambda\, T}{100}$ berechneten Werthe von τ, und endlich in der letzten Columne die experimentell bestimmten Werthe von τ verzeichnet.

Ich benutzte zu diesen Systemen zwei Arten von Kautschukröhren. Beide waren von rothem vulcanisirtem Kautschuk, aber die eine hatte einen Durchmesser $d = 1{,}57$ Cm., und also ein Lumen von 1,93 □ Cm., bei einer Wanddicke von 0,25 Cm.; bei der andern war $d = 0{,}95$ Cm., das Lumen also 0,7 □ Cm., bei einer Wanddicke von 0,14 Cm. Bei 100 Cm. Länge gaben beide Röhren, jede für sich, Schliessungswellen von gleicher Dauer, $T = 0{,}3$ Sec.

Hauptröhre.		1e Verzweigung.		Λ	τ	τ
Länge.	Lumen.	Länge.	Lumen.	Berechnet.	Berechnet.	Wahrgenommen.
Cm.	□Cm.	Cm.	□Cm.	Cm.	Sec.	Sec.
100	1,93	100	1,93	186	0,55	0,54
		150	1,93			
105	0,7	270	0,7	342	1	0,95
		270	0,7			
100	1,93	270	0,7	386	1,15	1,15
		270	0,7			
25	1,93	670	1,93	613	1,85	2
		380	0,7			
0		300	1,93		0,875	0,875
		270	0,7			
0		300	1,93		0,68	0,725
		115	0,7			
0		100	1,93		0,44	0,5
		270	0,7			
0		100	1,93		0,3	0,3
		100	0,7			
200	1,93	100	1,93	166	0,498	0,5
		100	1,93			
100	1,93	100	1,93	150	0,45	0,44
		100	1,93			
		100	1,93			
		100	1,93			
40	1,93	100	1,93	118	0,355	0,36
		100	1,93			
295	1,93	100	1,93	352	1,055	1,2
		100	1,93			
195	1,93	100	1,93	255	0,765	0,78
		100	1,93			

Hauptröhre.		1e Verzweigung.		2e Verzweigung.		Λ	τ	τ
Länge.	Lumen.	Länge.	Lumen.	Länge.	Lumen.	Berechnet.	Berechnet.	Wahrgenommen.
Cm.	□Cm.	Cm.	□Cm.	Cm.	□Cm.	Cm.	Sec.	Sec.
100	1,93	100	1,93	100	1,93	219	0,655	0,675
				100	1,93			
		100	1,93	100	1,93			
				100	1,93			
100	1,93	48	1,93	180	0,7	267	0,8	0,78
				75	0,7			
		96	1,93	100	0,7			
				150	0,7			

Wegen der Uebereinstimmung der berechneten und wahrgenommenen Werthe von τ dürfen die empirischen Formeln (α) und (β) also als ziemlich genau richtig betrachtet werden.

Im Allgemeinen ändert sich die Dauer der Schliessungswellen τ in einem Zweigröhrensystem durch dieselben Einflüsse, wie die der Schliessungswellen T in einer einzelnen elastischen Röhre. Demnach nimmt τ zu: 1^0. wenn die Länge des Röhrensystems überhaupt grösser wird; 2^0. wenn der Durchmesser der Röhren zunimmt; 3^0. wenn das specif. Gewicht der Flüssigkeit steigt; 4^0. wenn die Wanddicke der Röhren abnimmt; 5^0. wenn der Elasticitätscoefficient der Röhrenwände kleiner wird.

Von den auf einander folgenden Schliessungswellen in einem System von verzweigten elastischen Röhren ist die Höhe der ersten Schliessungswelle am grössten, und im Allgemeinen ist diese bei ihrem Entstehen, also in M am grössten, ebenso wie bei einer unverzweigten elastischen Röhre. So nimmt auch überhaupt, ebenso wie in einer einzelnen elastischen Röhre, sieh Seite 63 ff., diese Höhe zu: 1°. wenn die primäre Erhebung grösser wird; 2°. wenn der Durchmesser der Röhren zunimmt; 3°. wenn das specif. Gewicht der Flüssigkeit steigt; 4°. wenn die Dicke der Röhrenwände abnimmt; 5°. wenn der Elasticitätscoefficient der Röhrenwand kleiner wird.

In einem System von verzweigten elastischen Röhren verlaufen die Schliessungswellen von der Einflussöffnung peripherisch bis an die Enden der verschiedenen Endzweige. Da diese entweder in ein grosses Reservoir oder in die Atmosphäre ausmünden, so wird z. B. die durch das plötzliche Oeffnen und sofortige Schliessen des Krahns erzeugte primäre Erhebung, sobald sie an die offene Mündung der Endzweige gekommen ist, von hier zurückgeworfen, wie ich diess Seite 73 beschrieben. Hierdurch laufen von den Enden nach der Hauptröhre ebenfalls Wellen; aber diese kommen zu verschiedenen Zeitpunkten an das geschlossene Ende der Hauptröhre M, weil im Allgemeinen die Mündungen der Zweige in ungleichen Entfernungen von M liegen. Wenn die Reflection dieser Wellen nach M die Schliessungswellen darstellte, wie man diess bei unverzweigten Röhren hätte muthmassen können, sieh Seite 77, so sähe man nicht eine Reihe von einfachen Schliessungswellen, sondern jedesmal eine der Zahl unsymmetrischen Verzweigungen des Systems entsprechende Anzahl Wellen von M an peripherisch verlaufen.

Hiervon zeigt sich nun nichts. Welche die Anzahl oder die Längendifferenz der Zweige auch sein möge, immer entstehen in M ein einzelner 1er Schliessungsgipfel, ein einzelner 2er Schliessungsgipfel u. s. w. Zufälliges Zusammentreffen einiger in M ankommenden Wellen, die sich dann hier zur Schliessungswelle summiren sollten, lässt sich nicht denken. Um sich hiervon zu überzeugen, nehme man eine in zwei ungleiche Arme verzweigte Hauptröhre; es kann dann von einem zufälligen Zusammentreffen der an der Peripherie zurückgegeworfenen Wellen keine Rede sein, und dennoch entsteht in M eine einzelne Reihe gleich weit von einander entfernter Schliessungswellen: Die Schliessungswellen entstehen also unabhängig von an der Peripherie zurückgeworfenen, von dort nach M zurücklaufenden und hier zum zweiten Male reflectirten Wellen.

Zwar sind in den Zweigen neben den hier erwähnten Schliessungsgipfeln noch andere Gipfel zu bemerken, wie z. B. schon aus den Tracé's von LANDOIS und KOSCHLAKOFF ersichtlich, welche denn auch diese Autoren über die wahre Natur der Schliessungswellen irregeleitet haben. Aber diese Gipfel sind nicht, wie die Schliessungswellen, von dem ganzen System bedingt. Sie sind sogar vom Schliessen des Krahns unabhängig, denn sie kommen auch beim Oeffnen desselben zu Stande. Sie haben in jedem Zweige eine nur von den Dimensionen desselben bedingte Dauer; es sind eigene stehende Wellen des Zweiges, die mit den Schliessungswellen nichts zu schaffen haben.

ACHTES KAPITEL.

UEBER DIE PULSCURVE.

Jede Herzcontraction erzeugt im Anfang der Aorta eine positive Welle, die sich in die Arterien des Organismus fortpflanzt, von der tastenden Hand als Puls gefühlt, und vom Sphygmographen als primäre Erhebung der Pulscurve verzeichnet wird.

Der aufsteigende Schenkel dieser primären Erhebung ist sehr steil, da der Inhalt des linken Ventrikels in kurzem Zeitverlauf in die Aorta gepresst wird. Mit Recht sagt darüber RIVE (l. c., blz. 71), „dat onmiddellijk bij de opening der valvulae semilunares de grootste hoeveelheid bloed in de slagader gedreven wordt." Dadurch hat die primäre Erhebung schon nach 0,108 Sec. ihre grösste Höhe erreicht. Nach HEYNSIUS ist die ganze Zeitfrist, während welcher das Blut aus dem l. Ventrikel in die Aorta gepresst wird, ± 0,1 Sec. (Sieh: Onderzoekingen van het Physiol. Labor. te Leiden, IV, blz. 242 und HEYNSIUS, Ueber d. Ursach. d. Töne u. Geräusche im Gefässsystem, 1878). — Unter normalen Umständen ist der aufsteigende Schenkel einfach. Er zeigt in seinem Verlauf keine weitern Wellengipfel.

Der absteigende Schenkel ist viel weniger steil, und im Mittel nach RIVE von 0,897 Sec. Dauer. Er ist nicht einfach. MAREY's Sphygmograph liefert den Beweis, dass neben der primären Erhebung noch ein zweiter Wellengipfel vorkommt: die dicrotische Erhebung. Stellt man MAREY's Sphygmographen sehr empfindlich, oder wendet man statt der Feder in MAREY's Instrument eine andere Art Druck auf die Arterienwand an, wodurch man besser im Stande ist, diesen Druck zu reguliren, so trifft man zwischen der primären und dicrotischen Erhebung noch einen dritten Wellengipfel an (sieh die Curven von MAREY, RIVE, WOLFF, LANDOIS, BRONDGEEST u. A.); unter günstigen Umständen folgt der dicrotischen Erhebung auch noch ein vierter Gipfel (Sieh: RIVE's Dissertation, Fig. 20; LANDOIS, l. c., § 65 und S. 319, Fig 76, e).

Beschränken wir uns anfänglich auf die dicrotische Erhebung. Wodurch entsteht sie? Vielerlei Hypothesen sind schon über ihre Ursache aufgestellt worden.

Marey (Circulation du sang, 1863, p. 270) schreibt die dicrotische Erhebung hin und her schwankenden Schwingungen der Blutmasse zu. Er vergleicht das arterielle System mit einer an beiden Enden geschlossenen und mit Flüssigkeit gefüllten elastischen Röhre. Im Gefässsystem wird das eine geschlossene Ende durch die Valv. semil., das andere durch die Haargefässe dargestellt. Durch plötzliches Zusammendrücken eines der Röhrenenden werden hin und her schwankende Schwingungen der ganzen Flüssigkeitssäule erzeugt. Diese entstehen, sagt marey auch im Gefässsystem durch die Herzsystole: „L'onde lancée" sagt er, l. c., p. 271 „par le ventricule se porte vers la périphérie et, par suite de la vitesse acquise, abandonne les régions initiales de l'aorte pour distendre les extrémités du système artériel. Arrêtée en ce dernier point par l'étroitesse der artères qui lui fait obstacle, elle reflue vers l'origine de l'aorte; mais cette voie est fermée par les valvules sigmoïdes. Nouvel obstacle, nouveau reflux, et par suite nouvelle ondulation (ou rebondissement). Ces oscillations alternatives se produisent jusqu'à ce qu'une contraction du ventricule vienne y mettre fin en produisant une pulsation nouvelle.

Pour avoir une idée exacte de la manière, dont se produit l'oscillation qui constitue le dicrotisme, il faut comparer la forme du pouls enregistré à la fois dans différentes artères."

Da M. die dicrotische Erhebung in der Aorta viel kleiner findet, als in der Femoralis und Facialis, schliesst er: „La conclusion qui ressort de ces deux faits est celle-ci: le phénomène d'oscillation qui constitue le dicrotisme se produit dans les artères de la périphérie. — On comprend qu'il en soit ainsi, du moment qu'il est prouvé que le phénomène du dicrotisme est produit par l'oscillation de la colonne liquide logée dans les artères. Cette oscillation en effet, exige pour se produire, une impulsion rapide du liquide et une masse assez grande mise en mouvement. Or, ces conditions sont d'autant mieux réalisées qu'on a affaire à une artère plus longue et plus volumineuse; on peut s'en assurer sur le schéma en adaptant à celui-cì des tubes de différentes longueurs: les tubes les plus longs sont ceux, dans lesquels le dicrotisme se produit au plus haut degré."

Marey fühlt selbst sichtlich, dass dieser Vergleich hinkt, denn, sagt er, die elastische Röhre ist an beiden Enden geschlossen, und im arteriellen Gefässsystem fliesst fortwährend Blut durch die Capillarien ab; aber im Grunde der Sache ist doch nach seiner Meinung kein Unterschied, denn, sagt er: l. c., p. 270, „pour imiter cette condition, il suffit d'établir à l'extrémité du tube un petit orifice d'écoulement." Hierbei bleiben die beschriebenen Schwingungen ungeändert.

In Wirklichkeit sind diese von marey beobachteten Schwingungen nichts anderes, als die abwechselnd an beiden Enden reflectirte hin und her laufende Welle [1]), die natürlich wie jede fortschreitende Welle, ein mehr oder weniger bedeutendes Flüssigkeitsquantum versetzt, wie wir dies auf Seite 69 ff. aus einander gesetzt haben. Marey huldigt also wirklich (wenn er auch das Wort Reflection nicht gebraucht) der Lehre, dass die Pulswelle (die primäre Erhebung) in den Haargefässen reflectirt wird, und die dicrotische Erhebung durch Reflection entsteht.

Der Haupteinwurf gegen marey's Lehre ist, dass er das Gefässsystem mit einer elastischen Röhre vergleicht, deren Ende beinahe ganz geschlossen ist, während sich thatsächlich am Ende des Gefässsystems kein Abschluss findet, sondern Capillarien, deren Lumen ungefähr das 300-fache des Lumens

[1]) Onimus und viry (Journ. d'Anat. et de Phys., 1866, p. 157) sagen von marey's „oscillations alternatives" Folgendes: „c'est le flux et le reflux de l'onde et non du sang, qui constitue tous ces phénomènes."

der Aorta beträgt, und also Reflection in dem Sinne, wie sich MAREY dieselbe vorstellt, im Gefässsystem unmöglich ist.

LUDWIG, MEISSNER, ONIMUS und VIRY, RIVE u. A. sprechen es deutlich aus, dass Reflection die Ursache der dicrotischen Erhebung sein kann oder ist. Die beiden Erstgenannten meinen damit nur ein Abprallen der primären Pulswelle an den éperons der Spaltungen. Von hieraus sollte die reflectirte Welle nach den Valv. semil. zurücklaufen und dort zum zweiten Male reflectiren. Diese letztere zurückgeworfene und nach der Peripherie laufende Welle wäre sodann die dicrotische Erhebung in der Pulscurve. Solch eine partielle Reflection an den Spaltungen der Gefässe ist nicht nur denkbar, sondern so gut wie gewiss. ONIMUS und VIRY (l. c., 1866, p. 158) glauben, dass die primäre Pulswelle irgendwo im Gefässsystem reflectirt werden muss, weil die primäre Pulswelle nicht bis in die Venae durchdringt; „les veines," sagen sie, „n'ont pas de pulsations. Il y a donc réellement dans le système sanguin des obstacles, qui empèchent le passage de l'onde des artères dans les veines." Diese Schlussfolgerung ist jedoch nicht richtig. Das Fehlen des Pulses in den Venen ist noch durchaus kein Beweis dafür, dass Reflection stattfindet; denn der Puls muss ja in den Venen fehlen: 1⁰. wegen des Grössenverlustes der primären Erhebung zufolge von Ad-, Cohaesion und anderm Widerstand, den das Blut in den Haargefässen zu besiegen hat; 2⁰. weil die Bahnen, auf welchen die Pulswelle durch die Capillarien hindurch in die Venen gelangen muss, mannigfaltig und von verschiedener Länge sind. Was von dieser Pulswelle in jedem Haargefäss noch übrig bleibt (und diess kann wegen des viel weitern Strombettes des Capillarsystems nur sehr wenig sein), kommt also gesondert und in verschiedenen Augenblicken in den Venen an. Alle diese kleinen, gewiss nicht wahrzunehmenden Wellen müssen also unmerklich im Venensystem verlaufen. Nur in Einem Falle kann aus diesen für sich nicht wahrzunehmenden Wellen ein wahrnehmbarer Venenpuls entstehen [1]), wenn nämlich die Capillarbahnen ungefähr dieselbe Länge haben; denn dann summiren sich die partiellen Wellchen in den Venen zu einer wahrnehmbaren Erhebung. Diess findet z. B. Statt, wenn ein kleines, gesondertes Capillarnetz, wie eine Drüse, Vene und Arterie trennt. Darum sehen wir bei der Glandula maxillaris unter günstigen Umständen einen Venenpuls entstehen. — Die Reibung der Blutmolecüle in den Capillaren veranlasst zweifelsohne eine Abnahme der Grösse der Pulswelle in den Haargefässen, also ein „obstacle", wie OMIMUS und VIRY es meinen; aber est ist unmöglich, dass Reibung Reflection erzeugen sollte.

Kann jedoch die Reflection an den Gefässspaltungen die Ursache der dicrotischen Erhebung sein? Diese Frage muss unbedingt verneint werden. Bei Versuchen mit verzweigten elastischen Röhren merkt man unter den günstigsten Umständen nie eine Spur von diesen an den éperons der Spaltungen reflectirten Wellen. Die partielle Reflection der primären Welle, die zweifelsohne an diesen éperons entsteht, kann also die Ursache der dicrotischen Erhebung nicht sein. Nur, wenn alle diese partiellen Reflectionen sich summirten, könnte dadurch eine merkliche Welle entstehen. Bei der verschiedenen Entfernung der Spaltungen von den Valv. semil. ist diese Summirung nicht an zu nehmen, und bei Versuchen mit Zweigröhren bemerkt man ebenso wenig davon eine Spur, als von den einzelnen Wellen selbst.

Ausser dieser Reflection an den éperons der Spaltungen

---

[1]) Ich spreche hier natürlich nicht von dem Venenpuls, der z. B. wegen Insufficienz der Valv. tricusp. und jugul. unmittelbar vom Herzen aus ins Venensystem übertragen wird.

nehmen RIVE und ONIMUS und VIRY noch eine Reflection in den Capillarien an.

RIVE's Theorie ist kurz folgende. Die Haargefässe liegen in ungleicher Entfernung vom Herzen, und der primäre Pulsgipfel kommt also zu verschiedenen Zeitpunkten in den verschiedenen Capillarien an. Die hier zurückgeworfenen Wellen entstehen also nicht gleichzeitig, und kehren also auch zu verschiedener Zeit in die Aorta zurück. Hier prallt jede an den Valv. semilunares zurück, und verläuft peripherisch über das ganze Gefässsystem. Ihrer geringen Höhe wegen sind diese Wellen für sich nicht wahrzunehmen; sie machen nur den absteigenden Schenkel der Pulscurve weniger steil. Es kann aber ein Zeitpunkt eintreten, wo sehr viele dieser Wellen durch alle grossen Stämme gleichzeitig in der Aorta ankommen und also gleichzeitig reflectirt werden. Dann summiren sie sich, und die so entstandene Welle erscheint nun im ganzen Gefässsystem als wahrnehmbare dicrotische Erhebung. „De dicrotische verheffing is dus," wie RIVE auf blz. 74 es ausdrückt „van centralen oorsprong, maar ontstaat door reflectie aan de peripherie."

Der RIVE'schen Theorie kann allerdings das Verdienst des Scharfsinns nicht abgesprochen werden. RIVE aber kam nur durch Ausschliessung auf die Idee der Reflection Er wusste auf keine andere Weise die dicrotische Erhebung zu erklären. „Zoo blijft er wel niets over, dan ze uit reflectie der primaire golf af te leiden," schreibt er l. c., blz. 73, aber wie und worauf die Reflection stattfindet, sagt er nicht.

ONIMUS und VIRY (l. c., p. 159) glauben, dass die Blutkörperchen selbst die Reflection in den Haargefässen erzeugen, aber diese Theorie wird man hoffentlich mit mir für sehr unwahrscheinlich halten.

Ich will nicht weiter versuchen, die Reflectionstheorien zu bestreiten, besonders da wir keine Reflection an zu nehmen brauchen, um die dicrotische Erhebung zu erklären.

Die dicrotische Erhebung ist nicht von Reflection bedingt; sie ist die erste Schliessungswelle des das arterielle Gefässsystem bildenden Zweigröhrensystems.

Schon BUISSON gelangte zu dem Resultat, dass die dicrotische Erhebung nicht durch Reflection der primären Pulswelle entsteht. Er nahm an, dass die durch die primäre Pulswelle stark ausgedehnte Arterienwand einen Theil des Blutes nach den Capillarien, und gleichzeitig einen andern Theil nach den Valv. semil. treibe. Dieser letzte Theil erzeuge hier eine Welle, die als dicrotische Erhebung über das Gefässsystem verlaufe.

Ihm schliesst sich NAUMANN an. „Sobald", sagt dieser (Zeitschr. f. rat. Med., Bd. XVIII, 1863, S. 203) „die Ausdehnung der Schlagadern ihren höchsten Grad erreicht hat, also am Ende der Systole, beginnt ihre zusammenziehende Kraft zu wirken; es wird das Blut zum Theil nach dem Herzen zurückgeworfen;" dieses Zurückwerfen soll die dicrotische Erhebung erzeugen.

LANDOIS gebührt das Verdienst, die Identität der dicrotischen Pulswelle und der Schliessungswellen (seiner „Rückstosselevationen") in elastischen Röhren zuerst angewiesen zu haben. Aber seine Erklärung von dem Wesen der Schliessungswellen ist dieselbe, die BUISSON und NAUMANN für die dicrotische Erhebung geben. Ich habe dieser Erklärung der „Rückstosselevationen" (meiner Schliessungswellen) in elastischen Röhren schon auf Seite 66 widersprochen. Das dort Gesagte findet auch hier Anwendung.

Das arterielle Gefässsystem ist ein Zweigröhrensystem, dessen Endzweigen in die Capillarien übergehen. Unter dem Einfluss der schnell auf einander folgenden Contractionen des Herzens, der Elasticität der Gefässwände und des Widerstands im Capillärsystem entsteht im arteriellen System eine continuirliche Strombewegung. Unabhängig davon erzeugt aber jede Systole eine Pulswelle (die primäre Erhebung), die mit der den Wellen eigenen Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Gefässsystem fortschreitet. Das Einpressen des Blutes bei jeder Systole entspricht genau dem Oeffnen und sofortigen Schliessen des Einflusskrahnes bei einem System von elastischen Zweigröhren, wie ich im VII Kap. beschrieben. Dabei entstand, wie wir gesehen, eine Reihe von Schliessungswellen. Auch im Gefässsystem müssen diese bei jeder Herzsystole entstehen. Durch die Systole und die damit verbundene primäre Pulserhebung erhalten — abgesehen von der continuirlichen Strombewegung — alle Bluttheilchen des arteriellen Systems beinahe gleichzeitig eine fortschreitende Bewegung. Zufolge der Inertion hält diese Bewegung kurze Zeit an. Dieselbe verkleinert den Inhalt der Röhre und vermindert demnach die Tension der Wand. Diess tritt um so deutlicher hervor, je mehr man sich dem Herzen nähert; in der Aorta adscendens verringert sich der Inhalt am meistens, denn durch die jetzt verschlossenen Semilunarklappen fliesst kein neues Blut in die Aorta adscendens. Hier entsteht demnach der niedrigste Druck, und also wirkt in der Aorta, nahe dem Herzen, gleichsam eine Adspiration. Unter dem Einfluss derselben nimmt die Geschwindigkeit der Bluttheilchen ab, und wird, abgesehen von der continuirlichen Stromgeschwindigkeit, Null. Aber hierbei bleibt es nicht. Unter dem Einfluss derselben Adspiration kehrt das Blut nach dem Centrum zurück, und wenn diese rückschreitende Bewegung durch die Ueberfüllung und den dadurch wachsenden Druck der

Gefässwand vernichtet ist, entsteht an den Valv. semil. die erste Schliessungswelle, die dicrotische Erhebung.

Unter günstigen Umständen und bei empfindlicher Stellung des Cardiographen kann man nicht nur die erste (Fig. 22, A), sondern sogar die zweite Schliessungswelle (B) wahrnehmen. — Fig. 22 stellt die Carotiscurve eines Erwachsenen vor. Die Stimmgabel macht 20 einzelne Schwingungen per Sec. Schon RIVE erwähnt diesen Gipfel, l. c., blz. 79, und erklärt denselben nach seiner Theorie. LANDOIS fasst diesen Gipfel mit Recht als 2te Rückstosswelle (l. c., S. 187) auf. Ihr Auftreten und ihre Entfernung von der primären Erhebung (sie

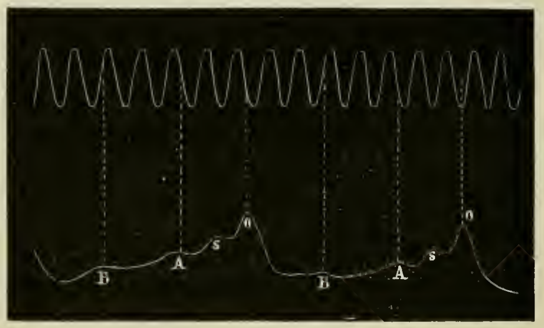

Fig. 22.

folgt ungefähr eben so schnell auf die dicrotische, wie diese ihrerseits auf die primäre Erhebung) scheint mir ein starker Beweisgrund für unsere Vorstellungsweise von ihrem Entstehen.

Noch deutlicher wäre die Richtigkeit dieser Vorstellung bewiesen, wenn man die Dauer der Schliessungswellen im arteriellen Gefässsystem berechnen könnte, und der so erhaltene Werth mit der zwischen der primären Pulswelle und dicrotischen Erhebung beobachteten Zeitdauer überein stimmte. Wie ich auf Seite 122 gezeigt, ist diess für ein System von elastischen Zweigröhren möglich. Aber für das arterielle Gefässsystem ist es nicht vollkommen erreichbar, da hier zu complicirte Verhältnisse vorliegen. Nicht nur spalten sich die Endzweige desselben unzählige Male, sondern es entspringen überdiess noch fortwährend an allen Zweigen kleinere Gefässe, die sich ebenso in Haargefässe auflösen. Dergleichen lässt sich nicht berechnen, und also kann von einer genauen Ermittlung von τ für das ganze Gefässsystem keine Rede sein. Vernachlässigt man alle jene kleinern Gefässe, so kann man die auf Seite 122 angegebene Methode befolgen, aber man findet dann für τ einen zu grossen Werth, da bei dieser Vernachlässigung ω in der Formel (β) zu klein, und also Λ zu gross genommen wird. — Bringt man nur die grössern Zweige in Rechnung, und benutzt dazu KRAUSE's Dimensionen, so erhält man für Λ einen Endwerth von ungefähr 140 Cm. Setzt man nun nach Kap. V für den mittleren Werth von Vp 1000 Cm. an, und benutzt die Formel (17), so ist:

$$\tau = \frac{4{,}5 \times 140}{1000} = 0{,}63 \text{ Sec.}$$

Dieser Werth muss, wie wir gesehn, zu gross sein, aber er nähert sich doch wirklich der Zeitdauer, die zwischen der primären und dicrotischen Erhebung experimentell beim Pulse wahrgenommen wird (sieh u. a. die von LANDOIS hierfür gegebenen Zahlen, l. c., S. 184).

Die Factoren λ, Δ, d, a und E beeinflussen die Dauer der Schliessungswellen im arteriellen Gefässsystem, m. a. W., die Entfernung der primären und dicrotischen Pulserhebung, und deren Höhe, in analoger Weise, wie in einem verzweigten Kautschukröhrensystem oder in einer unverzweigten elastischen Röhre.

1⁰. *Einfluss auf die Dauer.*

Die zwischen der primären und dicrotischen Pulserhebung verstreichende Zeit nimmt unter denselben Bedingungen zu, wie τ im VII Kap., Seite 127:

a) wenn überhaupt die Länge des Gefässsystems zunimmt; *b*) wenn der Gefässdurchmesser grösser wird; *c*) wenn die Wanddicke der Gefässe abnimmt; *d*) wenn der Elasticitätscoefficient der Gefässwände kleiner wird [1]).

Hieraus folgt, dass im Allgemeinen der Abstand der primären und dicrotischen Pulserhebung bei langen Individuen grösser sein wird, als bei kleinen; wie auch wirklich der Fall ist.

Da ferner im Allgemeinen bei den Arterien das Verhältniss des Durchmessers zu seiner Wanddicke, $\frac{d}{a}$ also, ein constantes ist, dass bei Steigerung des Blutdrucks zu-, bei Verminderung desselben abnimmt, so übt $\frac{d}{a}$ im ersten Falle einen vergrössernden, im letztern einen verkleinernden Einfluss auf τ aus; es wechseln aber bei veränderlichem Blutdruck nicht nur d und a, sondern auch E, und zwar so bedeutend, dass der Einfluss von E den von $\frac{d}{a}$ weit übertrifft. Wie ich im V Kapitel gezeigt, ändert sich der Elasticitätscoefficient der Blutgefässe E in gleichem Sinne mit dem Blutdruck. Daher nimmt der Abstand zwischen der primären und dicrotischen Pulserhebung bei Erhöhung des Blutdrucks ab, und bei Erniedrigung desselben zu.

---

[1]) Das specifische Gewicht des Blutes soll als unveränderlich, Δ also als eine Constante angesehen werden.

Diese Eigenschaft des Pulses wird von RIVE angezweifelt (l. c., S. 76). Er ist der Meinung, dass der Blutdruck diesen Abstand nicht beeinflusse. Er sagt: „wij vinden namelijk dat bij denzelfden persoon het dicrotisme derzelfde slagader altijd even lang na het begin der stijgingslijn ontstaat, welke ook de frequentie van den pols zijn moge." R. schliesst hieraus, dass der hierbei gesteigerte Blutdruck keinen Einfluss auf τ ausübt. LANDOIS sagt (l. c., S. 315): „. . . . so wird lediglich ein stärkerer intraarterieller Druck wohl nur eine sehr geringe Differenz im zeitlichen Auftreten der Rückstosswelle bedingen."

Um diese Frage zum Austrag zu bringen, habe ich den Einfluss der Veränderung des Blutdrucks auf die Zeitdauer τ experimentell geprüft. Wie aus den folgenden Tabellen erhellt, zeigt sich dabei eine bedeutende Zunahme von τ bei Druckerniedrigung. Diese von mir theoretisch ermittelte Eigenschaft bewährt sich also auch experimentell.

Bei einem kleinen Hunde werden die Nn. vagi praeparirt und durchgeschnitten. Der Thorax wurde geöffnet, und die Respiration nach Tracheotomie künstlich unterhalten. Sodann wurde das Thier in Apnoe versetzt. Durch ein auf das Herz gesetztes und mit dem Cardiographen verbundenes Luftkissen wurden die Herzcontractionen registrirt.

Während des Versuchs wurde das peripherische Ende eines der Vagi gereizt, sodass Herzstillstand erfolgte. Eine Stimmgabel, die 20 einzelne Schwingungen per Sec. machte, notirte die Zeit. Ich erhielt dabei für den Abstand der primären von der dicrotischen Erhebung in der Herzcurve die in folgender Tabelle verzeichneten Zahlen:

		Stimmgabelschwingungen von $\frac{1}{20}$ Secunde zwischen 1er und 2er Herzerhebung.						
Unmittelbar vor	Vagusreizung.	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$		
Während (4 Sec.)	Vagusreizung.	Ein Herzschlag $4\frac{1}{2}$.						
Unmittelbar nach.	Vagusreizung.	1er Herzschlag. 5	2er 3	3er $3\frac{1}{2}$	....	6er $2\frac{1}{2}$	7er 3	8er $2\frac{1}{2}$

Unmittelbar vor	Vagusreizung.	3	3	$2\frac{1}{2}$	3	3	3	3.
Während.	Vagusreizung.	Kein Herzschlag.						
Unmittelbar nach.	Vagusreizung.	1er Herzschlag. 5	2er 4	3er $2\frac{1}{2}$	....	5er $2\frac{1}{2}$	6er $2\frac{1}{2}$	

Was hier für die primäre und dicrotische Erhebung der Herzcurve gefunden, gilt natürlich auch für die der Pulscurve.

2⁰. *Einfluss auf die Höhe der dicrotischen Erhebung.*

Die Höhe der dicrotischen Erhebung muss durch, den von mir für Schliessungswellen in elastischen Röhren gegebenen, analoge Gesetze beherrscht werden.

Es sind besonders zwei Einflüsse, die hier in Betracht kommen; die Kraft der Systole und der Blutdruck.

Unter gleich bleibenden Umständen wird die Systole, je nachdem sie kräftiger (grössere Blutmenge oder schnellere Herzcontraction) ist, die Höhe der dicrot' chen Erhebung steigern.

Wechselt nur der Druck, wird dieser z. B. kleiner, so nimmt, wie wir gesehen, E beträchtlich ab, und dadurch wird (trotz des verkleinernden Einflusses von $\left.\frac{d}{a}\right)$ die Höhe grösser.

Hierüber sagt schon NAUMANN (l. c., S. 214) „dass caet. par. diese Welle" (die dicrotische Pulserhebung) „im Allgemeinen vergrössert wird, a. durch Vermehrung der Herzthätigkeit; b. durch Verminderung der arteriellen Spannung."

MAREY (Circulation, 1863, p. 275) sagt darüber: „... les rebondissements seront d'autant plus forts que la pulsation primitive sera plus brève," und weiter auf S. 277: „.... le dicrotisme est fort, si les tubes sont très élastiques" (hier im Sinne dehnbar, also wenn sie einen kleinen Coefficienten E haben) „et faible s'ils le sont peu."

In einem verzweigten Kautschukröhrensystem sahen wir, dass τ, der Zeitabstand von der primären Erhebung bis zum 1sten Schliessungsgipfel, im ganzen Röhrensystem, überall gleich ist. Im arter. Gefässsystem is dem nicht so. LANDOIS hat in 1863 zuerst gefunden, dass τ (bei L. durch die Länge a b angedeutet) in weit vom Herzen entfernten Arterien grösser ist. Er erklärt diess, indem er drei Hauptbahnen im arteriellen Gefässsystem annimmt (l. c., S. 177): die Bahn der Carotiden, die der obern und der untern Extremitäten. Nun schliesst er (l. c., S. 178): „Nach dem von uns an den elastischen Röhren ermittelten Gesetzen muss in der kürzesten Bahn die Rückstosselevation am frühesten nach der primären Pulserhebung eintreffen, und umgekehrt in der längsten muss dieselbe am spätesten zur Erscheinung kommen." Ich habe früher (Seite 120) schon LANDOIS' Ansicht widerlegt, und gezeigt, dass in einen Zweigröhrensystem nur Eine, allen Zweigen gemeinschaftliche, und also gleiche Reihe von Schliessungswellen auftritt; im Gefässsystem muss demnach auch nur Eine Reihe von Schliessungswellen bestehen, die von den Valv. semil. aus über alle Zweige des Gefässsystems hinschreiten. Landois' Erklärung ist demzufolge unrichtig.

Dennoch folgt im Gefässsystem wirklich die dicrotische Erhebung um so später auf die primäre Pulserhebung, je weiter sie sich vom Herzen entfernt[1]). Wie geht dies zu? Landois (l. c., S. 180—183) kam zu jener Auffassung der drei Hauptbahnen, weil er behauptete, dass die (von ihm durch die Länge a b angedeutete) Zeitdauer τ im ganzen Verlauf jeder dieser arteriellen Bahnen für sich nicht wechsle, sondern im ganzen Verlauf unverändert bleibe (sieh L.'s Ziffern, l. c., S. 181—183). Wirklich ist diess richtig für Kautschukröhren; für die arteriellen Gefässwände dagegen, ist diess anders: in dem mit dem Blutdruck steigenden Werth von E der Gefässwände, und in der Höhendifferenz zwischen der primären und der dicrotischen Pulserhebung liegt die eigentliche Erklärung des nach der Peripherie hin fortdauernden Anwachsens der Zeitfrist τ. Die Gebrüder Weber fanden schon, dass in einer Darmröhre (deren Elasticitätscoefficient bei veränderlichem Druck in demselben Sinne variirt, wie in Arterien, sieh S. 98 und 57) hohe Wellen eine grössere Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzen, als niedrige Wellen. Sie wussten sich diess nicht zu erklären; die Ursache ist aber wie gesagt diese, dass die Darmwand bei einer hohen Welle stärker gespannt wird, und dadurch einen grösseren Elasticitätscoefficienten in Wirkung setzt, als bei einer niedrigen Welle; und darum ist auch in derartigen Röhren die

---

[1]) In der That fanden wir nicht allein den Werth τ in längeren Arterien grösser als in kurzen, aber auch im Gegensatz zu Landois stellte sich τ in derselben Gefässbahn um so grösser heraus, je weiter im Verlauf des Gefässes die Pulscurve registrirt wurde.

Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer hohen Welle grösser, als die einer niedrigen (sieh Seite 93).

In den arteriellen Gefässen, deren Elasticitätscoefficient bei hohem Druck viel grösser ist als bei niedrigem, muss sich also gleichfalls eine hohe Welle schneller fortpflanzen, als eine niedrige, und da die Höhe der dicrotischen Pulserhebung kleiner ist, als die der primären, so muss diese mit grösserer Geschwindigkeit über die Gefässe hinschreiten, als jene. Demnach wächst die Zeit τ zwischen der primären und dicrotischen Erhebung, zwischen o und A in Fig. 22, immer, und muss also um so grösser sein, je mehr man sich vom Herzen entfernt.

Was endlich die Erhebung s (Fig. 22) betrifft, die zwischen der primären und dicrotischen Erhebung erscheint, LANDOIS hält das Schliessen der Valv. semil. für die Ursache ihres Entstehens: „es rührt nämlich" sagt er, l. c., S. 316, „diese Erhebung von einer positiven Welle her, welche durch den klappenden Schluss der Semilunarklappen in der Aortenwurzel erregt wird" etc. Ich halte sie mit der Welle s in der unverzweigten elastischen Röhre, sieh Fig. 12, für eine secundäre Welle, wie ich diese auf Seite 79 besprochen habe. Zwar glaube ich mit LANDOIS, dass zugleich mit ihrem Entstehen die Valv. semil. geschlossen werden, aber dieser Klappenschluss ist nicht die Ursache dieser Welle s, sondern die Folge.